

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ГИГРОСКОПИЧНОСТИ ЦЕЛЛЮЛОЗНОЙ ОСНОВЫ ОБОЕВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА**

В статье представлены результаты экспериментального исследования сорбционной способности целлюлозной основы обоев при различных значениях относительной влажности воздуха. Построена регрессионная модель, подтверждающая возможность прогнозирования гигроскопичности бумажной основы при изменении влажности.

The paper presents the results of experimental study of the sorption capacity of cellulose – based wallpapers at different values of relative air humidity. The regression model proving the possibilities of forecasting hygroscopicity of cellulose basis at humidity change is developed.

**Ключевые слова:** бумага; обои; целлюлозная основа; гигроскопичность; влажность; прогнозирование; регрессия; нормальное распределение.

**Key words:** paper; wallpaper; cellulose basis; hygroscopicity; humidity; forecasting; regression; normal distribution.

### **Введение**

*Обои являются таким отделочным материалом, который (в силу широчайшего его современного ассортимента по различным характеристикам) доступен потребителям с любым уровнем доходов. Поэтому обои не оставлены без внимания товароведными специалистами системы потребительской кооперации.*

*Изучение многих вопросов товароведения требует постановки эксперимента. В частности, для исследования сорбционной способности обоев на целлюлозной основе необходимо реализовать методику определения их гигроскопичности [1]. Проведенный эксперимент показал, что изменение влажности воздуха в диапазоне от 70 до 100% приводит к росту гигроскопичности и образцов обоев, и образцов целлюлозной основы. При этом каждое последующее увеличение влажности на 10% сопровождается практически одинаковым изменением показателя гигроскопичности для всех опытных образцов. Результаты определения гигроскопичности экспериментальных объектов в четырех указанных точках могут быть использованы для прогнозирования их сорбционной способности при любой влажности воздуха. Цель данного исследования – проанализировать экспериментальные данные о зависимости гигроскопичности от влажности воздуха для бумаги марки А1, являющейся целлюлозной основой обоев, и, построив линейную регрессионную модель, показать возможность прогнозирования этого показателя.*

При прогнозировании некоторых показателей нет возможности проводить большое количество наблюдений, но есть необходимость предвидеть значения изучаемого показателя. В статье предлагается методика, позволяющая получать прогнозные значения показателя в таких случаях путем проведения серий наблюдений, установления нормальности распределения значений показателя в каждой серии и построения регрессионной модели для прогноза по средним значениям каждой серии наблюдений. Методика реализована на примере прогнозирования сорбционной способности бумаги марки А<sub>1</sub>.

Гигроскопичность не нормируется действующим стандартом на обои, поэтому для них отсутствует методика ее определения. Однако исследованию этого показателя уделено много

внимания при изучении текстильных материалов. Это позволило применить метод его оценки, описанный в стандарте на текстильные полотна, к обоям на целлюлозной основе и самой основе.

В ходе эксперимента использовали аппаратуру и реактивы, регламентированные указанным стандартом. Отступление от стандартной методики заключалось лишь в определении гигроскопичности образцов не только при максимальной насыщенности воздуха влагой, приближенной к 100%, но и при 70, 80 и 90%. Гигроскопичность ( $H$ , %) вычисляли по следующей формуле:

$$H = \frac{(m_g - m_c) \cdot 100}{m_c}, \quad (1)$$

где  $m_g$  – масса увлажненного образца, г;

$m_c$  – масса образца после его высушивания до постоянной массы, г.

Статистическую обработку полученных экспериментальных данных для подтверждения их достоверности осуществляли, используя методы математической статистики с помощью приложения Excel.

В ходе эксперимента было выдвинуто предположение о наличии прямой линейной зависимости между гигроскопичностью образцов и влажностью воздуха. Далее в статье возможность прогнозирования влагопоглощения приводится на примере целлюлозной основы обоев – бумаги марки А<sub>1</sub>.

Прогнозирование сорбционной способности бумаги марки А<sub>1</sub> проведено на основе средних значений гигроскопичности для каждого уровня влажности воздуха, поскольку значения десяти наблюдений при определенной влажности распределены по нормальному закону [2–4].

Значения гигроскопичности бумаги марки А<sub>1</sub> для десяти проб образца при различных значениях влажности воздуха представлены в нижеприведенной таблице.

**Значения гигроскопичности бумаги марки А<sub>1</sub> для десяти проб образца**

Влажность, %	Наблюдения									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
100%	11,0220	10,0691	8,0677	8,5402	9,8057	8,7912	8,7912	8,7912	8,7912	8,7912
90%	10,0200	8,6871	7,3705	7,9444	7,8631	8,0919	8,5799	8,6432	8,0597	8,9623
80%	8,1162	7,6999	7,0717	7,5472	6,5680	8,1918	8,4813	8,7437	8,0597	8,6792
70%	7,0140	6,9102	6,7729	6,7527	5,7354	7,4925	7,8895	7,5377	7,2637	7,9245

Согласно центральной предельной теореме Чебышева, если случайная величина подвержена воздействию бесконечного числа бесконечно малых случайных факторов, то она имеет нормальное распределение.

Визуально нормальность распределения гигроскопичности можно определить, сравнивая кривую плотности нормального распределения с гистограммой частот (или частостей), т. е. со ступенчатой фигурой, состоящей из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы одинаковой длины на оси  $Ox$ , а высоты равны сумме частот значений гигроскопичности, попадающих в интервал. Для уровня влажности, равного 90%, визуальный анализ гистограммы подтверждает предположение о нормальном распределении гигроскопичности (рисунок 1), так как линия, соединяющая середины верхних сторон прямоугольников, близка к кривой плотности нормального распределения, поэтому можно предположить, что распределение гигроскопичности приближено к нормальному.

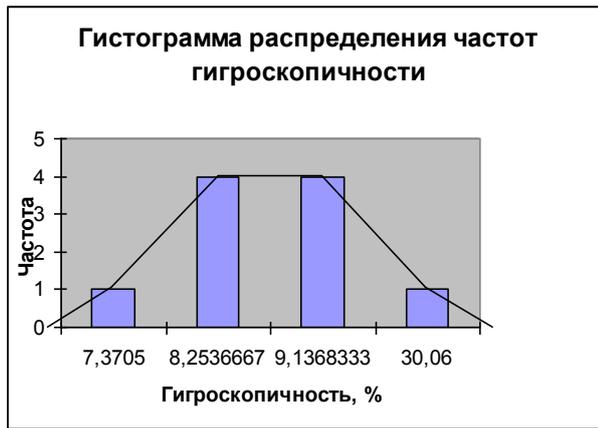


Рисунок 1 – Гистограмма распределения частот гигроскопичности бумаги при влажности, равной 90%

Кривая плотности нормального распределения задается следующей функцией:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

где  $a$  – математическое ожидание;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Оценка вида кривой Гаусса является качественной характеристикой распределения. Для надежности вывода (с вероятностью, равной 0,95) проверим статистическую гипотезу о нормальности распределения гигроскопичности на каждом уровне влажности воздуха с помощью критерия согласия Пирсона. Для проверки гипотезы будем использовать статистику хи-квадрат, имеющую распределение с  $(k - r - 1)$  степенями свободы:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}, \quad (3)$$

где  $r = 2$  – число параметров распределения  $F(x)$ , которые оцениваются по выборке;

$n$  – объем выборки;

$k$  – число непересекающихся интервалов выборочных значений;

$n_i$  – число значений выборки, принадлежащих  $i$ -му интервалу,  $i = 0, 1, \dots, k - 1$ ;

$p_i$  – вероятности попадания значений случайной величины в каждый из этих интервалов.

По выборке вычислим наблюдаемое значение статистики  $\chi_{набл}^2$ . Для выбранного уровня значимости  $\alpha$  по распределению  $\chi^2$  найдем число  $\chi_{кр}^2 = \chi^2(\alpha; k - r - 1)$ . Гипотеза о нормальном распределении случайного члена принимается на заданном уровне значимости, если  $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$ . Если же  $\chi_{набл}^2 \geq \chi_{кр}^2$ , то гипотеза отвергается.

Например, при влажности, равной 90%, наблюдаемое значение статистики  $\chi_{набл}^2$ , вычисленное по формуле (3), равно 0,4827, меньше  $\chi_{кр}^2 = \chi^2(0,05; 5 - 2 - 1)$ , равного 5,99. Отсюда следует, что гигроскопичность при влажности, равной 90%, имеет нормальное распределение вероятностей, задаваемое функцией плотности нормального распределения по формуле (2):

$$f(x) = \frac{1}{0,73\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-8,42)^2}{2 \cdot 0,73^2}}$$

(рисунок 2), где  $a = 8,42$  – среднее значение гигроскопичности при влажности, равной 90%;  $\sigma = 0,73$  – ее среднее квадратическое отклонение.



Рисунок 2 – Плотность распределения вероятностей гигроскопичности при влажности, равной 90%

Аналогично доказывается нормальность распределения гигроскопичности при остальных уровнях влажности.

Графики функций плотности нормального распределения гигроскопичности при исследуемых уровнях влажности приведены на рисунке 3.

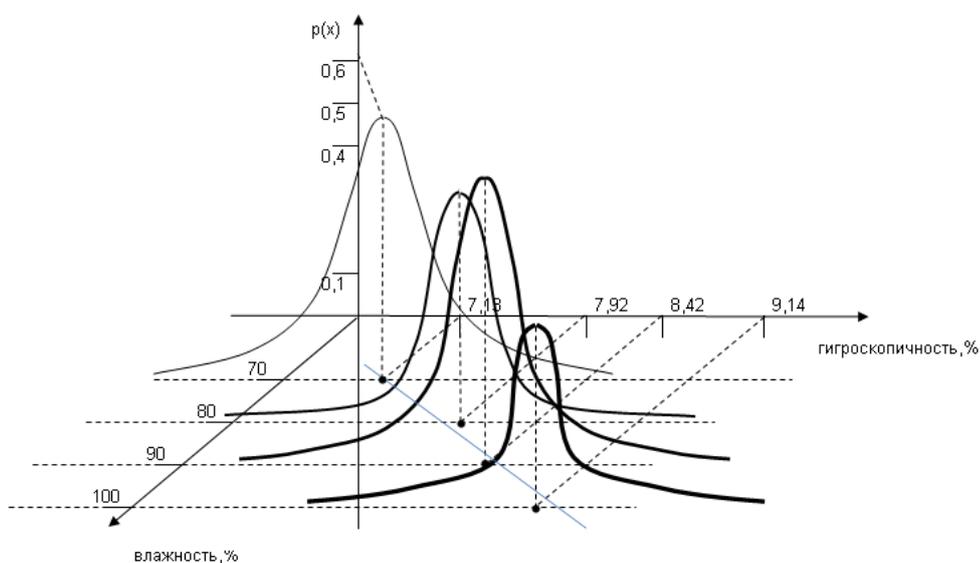


Рисунок 3 – Кривые нормального распределения серии измерений гигроскопичности при различных значениях влажности и график линейной регрессионной модели зависимости гигроскопичности от влажности

Согласно закону трех сигм, вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания на величину, большую, чем утроенное среднее квадратическое отклонение, практически равна нулю. Все значения гигроскопичности сгруппированы в интервале, центром которого является ее среднее значение, а значит, вместо различных значений случайной величины при определенном уровне влажности можем использовать ее среднее значение. При влажности, равной 100%, среднее значение гигроскопичности составляет 9,14%, при 90% – 8,42, при 80% – 7,92, при влажности, равной 70%, – 7,13%. Визуальный анализ расположения точек на плоскости (рисунок 3) позволяет выдвинуть предположение о наличии линейной зависимости гигроскопичности от влажности воздуха. Построенная линейная регрессионная модель позволяет

определить уровень гигроскопичности при любом допустимом значении относительной влажности воздуха в соответствии со следующим уравнением:

$$H = 6,51 + 0,66W, \quad (4)$$

где  $H$  – гигроскопичность образца, %;  
 $W$  – относительная влажность воздуха, %.

Верификация полученной модели указывает на ее высокое качество, поскольку нормированный R-квадрат равен 0,99 и значим ( $p$ -значение  $0,003 < 0,05$ ), коэффициенты также значимы ( $p$ -значение  $0,0002 < 0,05$  и  $0,003 < 0,05$ ), выполняются все модельные предположения.

### **Заключение**

Представленный в статье материал позволяет сделать следующие выводы:

1. При определенном уровне влажности значения гигроскопичности распределены по нормальному закону, что дает возможность использовать при исследованиях ее среднее значение.
2. Построенная регрессионная модель позволяет определить уровень гигроскопичности при любом допустимом значении относительной влажности воздуха.
3. Описанный в статье подход к прогнозированию гигроскопичности бумаги марки А<sub>1</sub> может быть применен и к экспериментальным образцам обоев на целлюлозной основе при условии нормального распределения опытных значений этого показателя при различных уровнях влажности.

### **Список литературы**

1. **Андруконис, Н. А.** Исследование зависимости сорбционной способности обоев от материала-носителя и его отделки / Н. А. Андруконис // Потребит. кооп. – 2012. – № 2. – С. 68–72.
2. **Айвазян, С. А.** Прикладная статистика. Исследование зависимостей / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
3. **Бородич, С. А.** Эконометрика : учеб. пособие для вузов / С. А. Бородич. – Минск : Новое знание, 2001. – 408 с.
4. **Эконометрика** : учеб. / И. И. Елисеева [и др.] ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 576 с.

*Получено 26.05.2014 г.*