

**БЕЛКООПСОЮЗ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
“БЕЛОРУССКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ КООПЕРАЦИИ”**

---

Кафедра высшей математики

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**Практикум  
для студентов 1 курса дневной формы обучения  
экономических специальностей**

Гомель 2007

УДК 51  
ББК 22.11  
В 93

Авторы-составители: Л. А. Воробей, канд. физ.-мат. наук,  
ст. преподаватель;  
М. А. Грибовская, канд. физ.-мат. наук,  
ст. преподаватель;  
Е. М. Миронович, ассистент

Рецензенты: Н. Г. Кохан, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры  
высшей математики и информатики ГФ УО ФПБ  
“МИТСО”;  
Т. Ф. Калмыкова, канд. техн. наук, доцент кафедры  
высшей математики Белорусского торгово-  
экономического университета потребительской  
кооперации

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения  
образования “Белорусский торгово-экономический университет по-  
требительской кооперации”. Протокол № 5 от 13 июня 2006 г.

**Высшая** математика : практикум для студентов 1 курса днев-  
ной формы обучения экономических специальностей / авт.-сост. :  
Л. А. Воробей, М. А. Грибовская, Е. М. Миронович. – Гомель :  
учреждение образования “Белорусский торгово-экономический уни-  
верситет потребительской кооперации”, 2007. – 64 с.  
ISBN 978-985-461-485-4

УДК 51  
ББК 22.11

ISBN 978-985-461-485-4

© Учреждение образования “Белорусский  
торгово-экономический университет  
потребительской кооперации”, 2007

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данный практикум составлен в соответствии с типовой программой курса “Высшая математика” для студентов высших учебных заведений.

Приведены по 30 вариантов заданий для самостоятельной и индивидуальной работы студентов по всем темам.

Практикум рекомендуется также преподавателям для проведения практических занятий, зачетов, подготовки вариантов контрольной работы.

При выполнении заданий может быть использован приведенный список рекомендуемой литературы.

### Тема 1. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Необходимо выполнить следующее: а) вычислить скалярное произведение векторов  $4\vec{b}$  и  $-2\vec{c}$ ; б) проверить, будут ли коллинеарны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ; в) найти  $\cos(\widehat{a, b})$ .

$$1.1. \quad \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}, \quad \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}.$$

$$1.2. \quad \vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{k}, \quad \vec{b} = 7\vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}.$$

$$1.3. \quad \vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}, \quad \vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}.$$

$$1.4. \quad \vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}, \quad \vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}.$$

$$1.5. \quad \vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

$$1.6. \quad \vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{c} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

$$1.7. \quad \vec{a} = 5\vec{i} - 6\vec{j} + 6\vec{k}, \quad \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{c} = 8\vec{j} - 4\vec{k}.$$

$$1.8. \quad \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}.$$

$$1.9. \quad \vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -3\vec{i} + 4\vec{k}.$$

$$1.10. \quad \vec{a} = 6\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}.$$

$$1.11. \quad \vec{a} = -5\vec{i} + 3\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}.$$

$$1.12. \quad \vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{b} = 3\vec{j} - 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}.$$

$$1.13. \quad \vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{c} = 3\vec{i} - 7\vec{j}.$$

- 1.14.  $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 3\bar{i} - 4\bar{j} + 7\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} - 5\bar{j} + \bar{k}$ .
- 1.15.  $\bar{a} = 6\bar{i} - 4\bar{j} + 6\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 9\bar{i} - 6\bar{j} + 9\bar{k}$ ,  $\bar{c} = \bar{i} - 8\bar{k}$ .
- 1.16.  $\bar{a} = 5\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} - 4\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 5\bar{j}$ .
- 1.17.  $\bar{a} = -4\bar{i} + 3\bar{j} - 7\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 4\bar{i} + 6\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 6\bar{i} + 9\bar{j}$ .
- 1.18.  $\bar{a} = -5\bar{i} + 2\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 7\bar{i} - 5\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ .
- 1.19.  $\bar{a} = -4\bar{i} - 6\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ ,  $\bar{c} = -\bar{i} + 5\bar{j}$ .
- 1.20.  $\bar{a} = -4\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -3\bar{j} + 5\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 6\bar{i} + 6\bar{j} - 4\bar{k}$ .
- 1.21.  $\bar{a} = -3\bar{i} + 8\bar{j}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 8\bar{i} - 8\bar{k}$ .
- 1.22.  $\bar{a} = 2\bar{i} - 4\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -9\bar{i} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 5\bar{j} - 7\bar{k}$ .
- 1.23.  $\bar{a} = 9\bar{i} - 3\bar{j} + \bar{k}$ ,  $\bar{b} = 3\bar{i} - 15\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = \bar{i} - 5\bar{j}$ .
- 1.24.  $\bar{a} = 2\bar{i} - 7\bar{j} + 5\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} - 6\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 2\bar{j} - 4\bar{k}$ .
- 1.25.  $\bar{a} = 4\bar{i} - 6\bar{j} - 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} - 5\bar{j}$ .
- 1.26.  $\bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -\bar{i} + 5\bar{j} - 4\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 6\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ .
- 1.27.  $\bar{a} = -3\bar{i} + 2\bar{j} + 7\bar{k}$ ,  $\bar{b} = \bar{i} - 5\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 6\bar{i} + 4\bar{j} - \bar{k}$ .
- 1.28.  $\bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} - 4\bar{j} + 6\bar{k}$ ,  $\bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} + 3\bar{k}$ .
- 1.29.  $\bar{a} = -9\bar{i} + 4\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} + 4\bar{j} + 3\bar{k}$ ,  $\bar{c} = -\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ .
- 1.30.  $\bar{a} = 8\bar{i} - 6\bar{j}$ ,  $\bar{b} = -2\bar{i} + 3\bar{j} - 5\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 2\bar{i} - 4\bar{j} + 7\bar{k}$ .

**Задание 2.** Даны векторы  $\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3, \bar{x}$  в базисе  $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ . Показать, что векторы  $\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3$  образуют базис трехмерного пространства, и найти координаты вектора  $\bar{x}$  в новом базисе  $(\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3)$ .

2.1. 
$$\begin{aligned}\bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \\ \bar{e}'_2 &= 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\ \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\ \bar{x} &= (3; -1; 3).\end{aligned}$$

2.2. 
$$\begin{aligned}\bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \\ \bar{e}'_2 &= \frac{4}{3}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\ \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\ \bar{x} &= (1; 3; 6).\end{aligned}$$

- 2.3.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \frac{4}{3}\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= 4\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (1; 1; 0). \end{aligned}$
- 2.4.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \frac{5}{4}\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= 5\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (-3; 6; 1). \end{aligned}$
- 2.5.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \frac{6}{5}\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= 6\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (10; 5; 1). \end{aligned}$
- 2.6.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \frac{7}{6}\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= 7\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (-3; 2; 4). \end{aligned}$
- 2.7.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 - \overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{1}{2}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (-3; 2; 1). \end{aligned}$
- 2.8.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 - 2\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{2}{3}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (2; 6; -3). \end{aligned}$
- 2.9.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 - 3\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{3}{4}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (1; 4; 8). \end{aligned}$
- 2.10.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 - 4\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{4}{5}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (7; -5; 10). \end{aligned}$
- 2.11.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{3}{2}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (1; 2; 4). \end{aligned}$
- 2.12.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \frac{3}{2}\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= 3\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (2; 4; 1). \end{aligned}$
- 2.13.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + 5\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{5}{4}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (1; 4; 8). \end{aligned}$
- 2.14.  $\begin{aligned} \overline{e}'_1 &= \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + 6\overline{e}_3, \\ \overline{e}'_2 &= \frac{6}{5}\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \\ \overline{e}'_3 &= -\overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \\ \overline{x} &= (2; 5; 10). \end{aligned}$

$$\begin{aligned}
2.15. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{3}{2}\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= 3\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; 6; 12).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.17. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{1}{2}\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (2; 4; 3).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.19. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 3\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{3}{4}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; 4; -8).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.21. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 5\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{5}{6}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; -5; 6).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.23. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 6\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{6}{7}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; 7; -7).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.25. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 7\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{7}{8}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (3; -8; 8).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.16. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 8\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{8}{7}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (-1; 7; 14).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.18. \quad \bar{e}'_1 &= -\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{1}{2}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; 2; 6).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.20. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{4}{5}\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= -4\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (5; -5; -4).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.22. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{5}{6}\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= -5\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (6; 6; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.24. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{6}{7}\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= -6\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (3; 7; 2).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.26. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 8\bar{e}_3, \\
\bar{e}'_2 &= \frac{8}{9}\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
\bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
\bar{x} &= (1; -9; 9).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.27. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \\
 \bar{e}'_2 &= 8\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
 \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
 \bar{x} &= (9; 9; 1).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.28. \quad \bar{e}'_1 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \\
 \bar{e}'_2 &= -3\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
 \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
 \bar{x} &= (2; 1; -3).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.29. \quad \bar{e}'_1 &= \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \\
 \bar{e}'_2 &= -2\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \\
 \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
 \bar{x} &= (12; 3; -1).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.30. \quad \bar{e}'_1 &= 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \\
 \bar{e}'_2 &= -\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2, \\
 \bar{e}'_3 &= -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \\
 \bar{x} &= (4; 1; 3).
 \end{aligned}$$

## Тема 2. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

**Задание 3.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Найти следующее: а)  $3A + 2B$ ; б)  $AB$ ; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ .

$$3.1. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$3.2. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$3.3. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$3.4. \quad A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.5. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$3.6. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$3.7. \quad A = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$3.8. \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.9. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.10. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$3.11. \quad A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.12. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$3.13. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$3.14. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$



$$3.15. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$3.16. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.17. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$3.18. \quad A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.19. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$3.20. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.21. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$3.22. \quad A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.23. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.24. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$3.25. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$3.26. \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.27. \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$3.28. \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.29. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3.30. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

### Тема 3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Задание 4.** Решить систему линейных уравнений методами обратной матрицы, Гаусса, Крамера.

$$4.1. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$4.2. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10. \end{cases}$$

$$4.3. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

$$4.4. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -17, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 18, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = -7. \end{cases}$$

$$4.5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$4.6. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

$$4.7. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$4.8. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$4.9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 6. \end{cases}$$

$$4.10. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$4.11. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -2. \end{cases}$$

$$4.12. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$4.13. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$4.14. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -2, \\ 5x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

$$4.15. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 19, \\ -3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$4.16. \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -1, \\ 9x_1 - 3x_3 = 39, \\ 4x_2 + 5x_3 = 26. \end{cases}$$

$$4.17. \begin{cases} x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -35, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 15, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 15. \end{cases}$$

$$4.18. \begin{cases} 2x_2 - 4x_3 = -6, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 15. \end{cases}$$

$$4.19. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 14, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = -7, \\ 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 20. \end{cases}$$

$$4.20. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19, \\ 5x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 3, \\ 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 23. \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
4.21. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7. \end{cases} & 4.22. \begin{cases} 9x_1 - x_2 + 4x_3 = 31, \\ 11x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 16, \\ 4x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 9. \end{cases} \\
4.23. \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 31, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 13. \end{cases} & 4.24. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -2, \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -1. \end{cases} \\
4.25. \begin{cases} 9x_1 + x_2 - x_3 = 8, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -24, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 26. \end{cases} & 4.26. \begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + x_3 = -23, \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = -41. \end{cases} \\
4.27. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 5. \end{cases} & 4.28. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 15. \end{cases} \\
4.29. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases} & 4.30. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 6, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 12. \end{cases}
\end{array}$$

#### Тема 4. ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА $R^n$

**Задание 5.** Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$ . Найти следующее:

- а) уравнение стороны  $AB$ ;
- б) уравнение высоты  $CD$ ;
- в) уравнение медианы  $AM$ ;
- г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CD$ ;
- д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
- е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ ;
- ж) угол  $A$ .

5.1.  $A(-8; -3)$ ,  $B(4; -12)$ ,  $C(8; 10)$ .

5.2.  $A(-5; 7)$ ,  $B(7; -2)$ ,  $C(11; 20)$ .

5.3.  $A(-12; -1)$ ,  $B(0; -10)$ ,  $C(4; 12)$ .

- 5.4.  $A(-10; 9)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(6; 22)$ .  
 5.5.  $A(-9; 6)$ ,  $B(3; -3)$ ,  $C(7; 19)$ .  
 5.6.  $A(3; 6)$ ,  $B(15; -3)$ ,  $C(13; 11)$ .  
 5.7.  $A(-10; 5)$ ,  $B(2; -4)$ ,  $C(0; 10)$ .  
 5.8.  $A(-4; 12)$ ,  $B(8; 3)$ ,  $C(6; 17)$ .  
 5.9.  $A(-3; 10)$ ,  $B(9; 1)$ ,  $C(7; 15)$ .  
 5.10.  $A(4; 1)$ ,  $B(16; -8)$ ,  $C(14; -6)$ .  
 5.11.  $A(-7; 4)$ ,  $B(5; -5)$ ,  $C(3; 9)$ .  
 5.12.  $A(0; 3)$ ,  $B(12; -6)$ ,  $C(10; 8)$ .  
 5.13.  $A(-5; 9)$ ,  $B(7; 0)$ ,  $C(5; 14)$ .  
 5.14.  $A(-6; 8)$ ,  $B(6; -1)$ ,  $C(4; 13)$ .  
 5.15.  $A(-2; 7)$ ,  $B(10; -2)$ ,  $C(8; 12)$ .  
 5.16.  $A(-1; 4)$ ,  $B(11; -5)$ ,  $C(15; 17)$ .  
 5.17.  $A(2; 5)$ ,  $B(14; -4)$ ,  $C(18; 18)$ .  
 5.18.  $A(-4; 10)$ ,  $B(8; 1)$ ,  $C(12; 23)$ .  
 5.19.  $A(1; 0)$ ,  $B(13; -9)$ ,  $C(17; 13)$ .  
 5.20.  $A(0; 2)$ ,  $B(12; -7)$ ,  $C(16; 15)$ .  
 5.21.  $A(4; 4)$ ,  $B(-2; 2)$ ,  $C(-1; 9)$ .  
 5.22.  $A(3; -5)$ ,  $B(-4; 2)$ ,  $C(6; 6)$ .  
 5.23.  $A(10; 2)$ ,  $B(-8; 8)$ ,  $C(-2; -4)$ .  
 5.24.  $A(-5; -3)$ ,  $B(9; 1)$ ,  $C(-2; 13)$ .  
 5.25.  $A(-7; 3)$ ,  $B(11; -6)$ ,  $C(10; 12)$ .  
 5.26.  $A(5; 1)$ ,  $B(-7; -2)$ ,  $C(0; -13)$ .  
 5.27.  $A(9; 7)$ ,  $B(-6; -3)$ ,  $C(-3; 12)$ .  
 5.28.  $A(11; 3)$ ,  $B(-11; -3)$ ,  $C(-3; 11)$ .  
 5.29.  $A(10; 5)$ ,  $B(-10; 0)$ ,  $C(0; 11)$ .  
 5.30.  $A(12; -1)$ ,  $B(-4; 3)$ ,  $C(2; -7)$ .

**Задание 6.** Составить уравнение линии, каждая точка  $M$  которой удовлетворяет нижеуказанным заданным условиям.

6.1. Отстоит от прямой  $x = -6$  на расстоянии в 2 раза больше, чем от точки  $A(1; 3)$ .

- 6.2. Отстоит от прямой  $x = -2$  на расстоянии в 2 раза большем, чем от точки  $A(4; 0)$ .
- 6.3. Отстоит от прямой  $y = -2$  на расстоянии в 3 раза большем, чем от точки  $A(5; 0)$ .
- 6.4. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(2; 3)$  и  $B(-1; 2)$  равно  $\frac{3}{4}$ .
- 6.5. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(4; 0)$  и  $B(-2; 2)$  равна 28.
- 6.6. Отстоит от точки  $A(1; 0)$  на расстоянии в 5 раз меньшем, чем от прямой  $x = 8$ .
- 6.7. Отстоит от точки  $A(4; 1)$  на расстоянии в 4 раза большем, чем от точки  $B(-2; -1)$ .
- 6.8. Отстоит от прямой  $x = -5$  на расстоянии в 3 раза большем, чем от точки  $A(6; 1)$ .
- 6.9. Отстоит от прямой  $y = 7$  на расстоянии в 5 раз большем, чем от точки  $A(4; -3)$ .
- 6.10. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-3; 5)$  и  $B(4; 2)$  равно  $\frac{1}{3}$ .
- 6.11. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-5; -1)$  и  $B(3; 2)$  равно 40,5.
- 6.12. Отстоит от точки  $A(2; 1)$  на расстоянии в 3 раза большем, чем от прямой  $x = -5$ .
- 6.13. Отстоит от точки  $A(-3; 3)$  на расстоянии в 3 раза большем, чем от точки  $B(5; 1)$ .
- 6.14. Отстоит от прямой  $x = 8$  на расстоянии в 2 раза большем, чем от точки  $A(-1; 7)$ .
- 6.15. Отстоит от прямой  $x = 9$  на расстоянии в 4 раза меньшем, чем от точки  $A(-1; 2)$ .
- 6.16. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(2; -4)$  и  $B(3; 5)$  равно  $\frac{2}{3}$ .

6.17. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-3; 3)$  и  $B(4; 1)$  равна 31.

6.18. Отстоит от точки  $A(0; -5)$  на расстоянии в 2 раза меньше, чем от прямой  $x = 3$ .

6.19. Отстоит от точки  $A(4; -2)$  на расстоянии в 2 раза меньше, чем от точки  $B(1; 6)$ .

6.20. Отстоит от прямой  $x = -7$  на расстоянии в 3 раза меньше, чем от точки  $A(1; 4)$ .

6.21. Отстоит от прямой  $x = 14$  на расстоянии в 2 раза меньше, чем от точки  $A(2; 3)$ .

6.22. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(3; -2)$  и  $B(4; 0)$  равно  $\frac{3}{5}$ .

6.23. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-5; 3)$  и  $B(2; -4)$  равна 65.

6.24. Отстоит от точки  $A(3; -4)$  на расстоянии в 3 раза больше, чем от прямой  $x = 5$ .

6.25. Отстоит от точки  $A(5; 7)$  на расстоянии в 4 раза больше, чем от точки  $B(-2; 1)$ .

6.26. Отстоит от прямой  $x = -7$  на расстоянии в 3 раза меньше, чем от точки  $A(3; 1)$ .

6.27. Отстоит от прямой  $x = 2$  на расстоянии в 5 раз больше, чем от точки  $A(4; -3)$ .

6.28. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(3; -5)$  и  $B(4; 1)$  равно  $\frac{1}{4}$ .

6.29. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-1; 2)$  и  $B(3; -1)$  равна 18,5.

6.30. Отстоит от точки  $A(1; 5)$  на расстоянии в 4 раза меньше, чем от прямой  $x = -1$ .

**Задание 7.** Привести уравнения к каноническому виду и построить линии.

- 7.1.  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ .
- 7.2.  $x^2 + y^2 + 2x - 10y + 1 = 0$ .
- 7.3.  $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$ .
- 7.4.  $9x^2 + 4y^2 - 18x + 24y + 9 = 0$ .
- 7.5.  $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$ .
- 7.6.  $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$ .
- 7.7.  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ .
- 7.8.  $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0$ .
- 7.9.  $4x^2 + 25y^2 + 16x - 150y + 109 = 0$ .
- 7.10.  $9x^2 + 36y^2 + 90x - 144y + 45 = 0$ .
- 7.11.  $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$ .
- 7.12.  $25x^2 + 4y^2 + 50x - 32y - 11 = 0$ .
- 7.13.  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$ .
- 7.14.  $9x^2 - 16y^2 + 90x - 32y - 367 = 0$ .
- 7.15.  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y - 199 = 0$ .
- 7.16.  $5x^2 - 6y^2 + 10x - 12y - 31 = 0$ .
- 7.17.  $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$ .
- 7.18.  $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$ .
- 7.19.  $4y^2 - x^2 - 8y - 6x - 9 = 0$ .
- 7.20.  $9y^2 - 25x^2 + 54y + 200x - 544 = 0$ .
- 7.21.  $16y^2 - 9x^2 + 96y + 36x - 36 = 0$ .
- 7.22.  $x^2 - 2y + 14x + 55 = 0$ .
- 7.23.  $x^2 + 4y - 10x + 29 = 0$ .
- 7.24.  $x^2 + 4x - 3y + 19 = 0$ .
- 7.25.  $2y^2 + x - 16y + 35 = 0$ .
- 7.26.  $y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$ .
- 7.27.  $y^2 + 4x - 4y = 0$ .
- 7.28.  $2y^2 - x - 12y + 14 = 0$ .



$$7.29. \quad y^2 - 10x - 2y - 19 = 0.$$

$$7.30. \quad y^2 - 6x + 14y + 49 = 0.$$

**Задание 8.** Даны точки  $A(x_1; y_1; z_1)$ ,  $B(x_2; y_2; z_2)$ ,  $C(x_3; y_3; z_3)$ ,  $D(x_4; y_4; z_4)$ . Найти следующее:

- а) уравнение плоскости  $ABC$ ;
- б) расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ ;
- в) уравнение плоскости, параллельной оси  $Oz$  и проходящей через точки  $B$  и  $C$ ;
- г) уравнение прямой  $AB$ ;
- д) уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно к прямой  $AB$ ;
- е) точку пересечения прямой  $AB$  и плоскости  $ABC$ .

$$8.1. \quad A(-3; -2; -4), \quad B(0; -3; -1), \quad C(2; -2; 1), \quad D(-1; 3; 0).$$

$$8.2. \quad A(1; -5; -3), \quad B(2; 3; 6), \quad C(-1; -7; 0), \quad D(3; 5; -3).$$

$$8.3. \quad A(-1; -1; 1), \quad B(-13; 4; 0), \quad C(-3; -3; -2), \quad D(1; 1; 1).$$

$$8.4. \quad A(5; 1; 0), \quad B(-7; -3; 2), \quad C(9; 0; -3), \quad D(4; 2; -1).$$

$$8.5. \quad A(2; 1; 0), \quad B(-1; -1; -2), \quad C(-1; 1; -1), \quad D(-2; 5; 1).$$

$$8.6. \quad A(3; -1; 2), \quad B(5; 1; 3), \quad C(-1; -5; 0), \quad D(0; 1; -2).$$

$$8.7. \quad A(1; 0; 1), \quad B(1; 2; 3), \quad C(5; 5; 4), \quad D(-3; 5; -7).$$

$$8.8. \quad A(0; 5; 1), \quad B(2; -1; 2), \quad C(1; -3; 1), \quad D(3; 1; -1).$$

$$8.9. \quad A(3; 2; 4), \quad B(1; 1; 6), \quad C(0; -4; -2), \quad D(2; 0; 1).$$

$$8.10. \quad A(1; -1; -3), \quad B(2; 3; -2), \quad C(-2; 9; 5), \quad D(-2; -4; 3).$$

$$8.11. \quad A(1; 1; 0), \quad B(4; 0; -4), \quad C(-2; 2; 4), \quad D(2; -1; -1).$$

$$8.12. \quad A(0; 1; -4), \quad B(-2; -3; -1), \quad C(-1; 5; 2), \quad D(1; 2; -3).$$

$$8.13. \quad A(1; 3; 1), \quad B(3; 3; 3), \quad C(2; -1; 4), \quad D(-1; -2; 3).$$

$$8.14. \quad A(-5; 4; -1), \quad B(0; -3; 3), \quad C(-1; 1; -3), \quad D(3; 1; -2).$$

$$8.15. \quad A(-2; 4; -1), \quad B(1; 0; 2), \quad C(1; -2; -1), \quad D(-3; 0; 4).$$

$$8.16. \quad A(-1; -1; 1), \quad B(1; 0; 1), \quad C(-1; -3; 3), \quad D(5; -1; 1).$$

$$8.17. \quad A(3; 5; 0), \quad B(-3; -1; -3), \quad C(-1; 1; 2), \quad D(-4; 2; -1).$$

$$8.18. \quad A(0; 6; -3), \quad B(1; -3; -7), \quad C(5; 0; 3), \quad D(3; -5; 6).$$

$$8.19. \quad A(1; 0; 1), \quad B(5; 1; -2), \quad C(-5; -6; -8), \quad D(1; 3; -4).$$

- 8.20.  $A(-4; -3; -2)$ ,  $B(1; 1; -5)$ ,  $C(0; 3; 11)$ ,  $D(-4; 1; 5)$ .  
 8.21.  $A(1; -1; 5)$ ,  $B(-2; -1; -10)$ ,  $C(0; 1; 11)$ ,  $D(3; -2; 2)$ .  
 8.22.  $A(-4; 3; 0)$ ,  $B(2; 1; -5)$ ,  $C(-1; -1; -1)$ ,  $D(4; 3; -5)$ .  
 8.23.  $A(-1; -2; 2)$ ,  $B(-3; -3; 4)$ ,  $C(-1; -5; 5)$ ,  $D(-5; 6; -7)$ .  
 8.24.  $A(0; -1; -1)$ ,  $B(1; -1; 0)$ ,  $C(3; -3; 3)$ ,  $D(-3; 2; -1)$ .  
 8.25.  $A(0; 9; 10)$ ,  $B(5; -1; 0)$ ,  $C(-1; 1; 1)$ ,  $D(2; 0; -4)$ .  
 8.26.  $A(2; 0; 2)$ ,  $B(-2; -3; 1)$ ,  $C(4; 2; 3)$ ,  $D(-5; -1; 3)$ .  
 8.27.  $A(-2; 1; -2)$ ,  $B(2; -1; 1)$ ,  $C(-3; -1; 0)$ ,  $D(-6; 2; 1)$ .  
 8.28.  $A(1; -5; 1)$ ,  $B(0; -3; 3)$ ,  $C(3; -9; -3)$ ,  $D(3; -5; 2)$ .  
 8.29.  $A(1; 2; 2)$ ,  $B(-9; 3; 3)$ ,  $C(-1; -4; 0)$ ,  $D(-7; 1; -1)$ .  
 8.30.  $A(-2; 1; 2)$ ,  $B(0; 1; -2)$ ,  $C(3; 3; -4)$ ,  $D(3; -3; -4)$ .

### Тема 5. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

**Задание 9.** Вычислить пределы функций.

- 9.1. а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 2x + 8}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 9x + 9}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x - 1} - 2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 1)^2}{x^2 - 1}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 7}{x + 5} \right)^{2x + 4}$ .  
 9.2. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{\sqrt{x - 3} - 2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - 3x)^2}{2x^2 + 1}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 4}{3x + 5} \right)^{x + 3}$ .  
 9.3. а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 1}{2x^3 - x^2 + x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + x - 6}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 6x + 1}{3x + 10}$ ;

- 9.4. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} x}{\sin 7x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-1}{4x+3} \right)^{3x+2}$ .  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 6x - 3}{4x^2 - 8}$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 2x - 15}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{2 - \sqrt{6+x}}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{5x^2 + 6}$ ;  
 е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ;      и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x}{3x+2} \right)^{x+3}$ .  
 9.5. а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 4x - 6}{2x^2 + 3}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x - x^2}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{2x+3} - 3}$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 1}{(x-2)^3}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 5x$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-1} \right)^{2x+3}$ .  
 9.6. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \left(\frac{3}{2}\right)^x}{3 + \left(\frac{2}{3}\right)^x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{6x^2 - 5x - 6}{3x^2 - x - 2}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{x} - 1}$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^3 + 2x^2 + 3}{(1-x)^3}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\frac{1}{2}x^2}$ ;      и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-1} \right)^{3x-4}$ .  
 9.7. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} 4^{\frac{2x}{x+1}}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$ ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{2x+3} - 3}$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 3}{5x^3 - 9x + 5}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+5}{3x-2} \right)^{3-x}$ .  
 9.8. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$

$$\begin{array}{ll}
\text{B)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{4 - \sqrt{1-5x}}; & \text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{4x + 2}; \\
\text{Д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}; & \text{e)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+4}{5x-2} \right)^{3x+1}. \\
9.9. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 3x - 1}; \\
\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{2-x} - 1}; & \text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x + \sqrt[3]{x}}; \\
\text{Д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{2 \sin^2 x}; & \text{e)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+7}{2x-4} \right)^{4x-5}. \\
9.10. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x+2}{3-4x} \right)^{2x-1}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 - x - 1}; \\
\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}; & \text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4+1}}{2x^2 - 5x + 6}; \\
\text{Д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{x^2 - x}; & \text{e)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-3}{4x+1} \right)^{2-3x}. \\
9.11. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{3 \cos x}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 5x + 2}; \\
\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}; & \text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x + 8}{x^3 + 7x + 10}; \\
\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}; & \text{e)} \lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{x}{3x-3}}. \\
9.12. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x} \right)^{\cos 2x}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 5x + 6}; \\
\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{6+x} - \sqrt{6-x}}; & \text{r)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x}{3x^3 + x - 1}; \\
\text{Д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x}; & \text{e)} \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2x}{x^2-4}}.
\end{array}$$

$$9.13. \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2x^2 + 1}{2x^2 - 1} \right)^{3 \operatorname{tg} 3x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2};$$

$$9.14. \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+2}{x+3} \right)^{x^2 + 5x + 2};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{\sqrt{5+x} - 2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

$$9.15. \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{2x + 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x};$$

$$9.16. \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 6}{\sqrt{x^3 - 2} + 5};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos mx}{x^2};$$

$$9.17. \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + x^2 - x^3}{\sqrt{x+2} + \sqrt{10x-1}};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^2 + 3x - 5};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^3 + 5}{3x^4 - 5x^2 + 1};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \right)^{x^2}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 11x - 21}{x^2 - 9x + 14};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 5}}{2x + 3};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 2x + 1} \right)^{3x^2 - 7}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 - 7x + 2}{3x^2 - 10x + 3};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 8}{\sqrt[3]{3x^2 - 2}};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 3} (7 - 2x)^{\frac{2}{x-3}}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 15x + 7}{x^2 - 9x + 14};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 4x + 3} \right)^x.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 8x + 2}{4x^4 - 2x^2 + 3x - 10};$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{д) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-9}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} (4-3x)^{\frac{x}{x-1}}. \\
 9.18. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x^2}{5x-2}}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}; & \text{р) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x-10}; \\
 \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\arcsin x}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow -1} (2x+3)^{\frac{1}{x+1}}. \\
 9.19. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4-5^x}{2+\left(\frac{2}{3}\right)^x}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+x-1}{4x^2+7x+3}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}; & \text{р) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2x-5x^4}{2-3x^2+2x^4}; \\
 \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos \alpha x}{\sin^2 \beta x}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}. \\
 9.20. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\cos x}{2+\sin x}\right)^{\cos 2x}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-2x-8}{5x-x^2-4}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}; & \text{р) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-5x}{4x^2+3x-1}; \\
 \text{д) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{\arctg(x+2)}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-6x-5}{x^2-5x+5}\right)^{3x+2}. \\
 9.21. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} (e^{3x}+x^2)^{5 \cos x^2}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2+8x-3}{6-x-x^2}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{4+x}}; & \text{р) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-\sqrt{x^2+8x}}{3x+2}; \\
 \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos kx - \cos bx}{x^2}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+4}{x^2-4}\right)^{x^2}. \\
 9.22. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(2^{\frac{3x}{x+2}}+x^2\right)^{x+2}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2-4x-1}{x^3-1};
 \end{array}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{1 + x};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x};$$

$$9.23. a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 9}{x + 4} \right)^{x^2 + 2};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x}{1 - x};$$

$$9.24. a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{81 - x^2}{25 - x} \right)^{\frac{x+1}{2}};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1} - \sqrt{5x-1}};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x};$$

$$9.25. a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos \frac{2x}{\pi} \right)^{\frac{5+x^3}{3}};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{3x};$$

$$9.26. a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \sin \frac{2x}{\pi} \right)^{\frac{1+x^2}{2}};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + \sqrt{3x^2 + 1}}{x - 2};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 3}{2x^2 + 5} \right)^{8x^2 + 3}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 11x + 6}{2x^2 + 5x - 3};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 5}{\sqrt{4x^2 + 8x + 2}};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{5x^2 + 1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 7x + 10};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 23}{\sqrt{2x^4 + 5x + 3}};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 6x + 8} \right)^{4x}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{2(x-1)^2};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 15x}{2x + \sqrt[3]{x^2}};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x+b} \right)^{x+c}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right);$$

$$\begin{aligned} & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\operatorname{tg} x - \sin x}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{2 \operatorname{ctg} \pi x}. \\ 9.27. \text{ а) } & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3 + 25}{x^3 + 64} \right)^{\frac{2}{x+4}}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}; \\ & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{5x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + ax} - x \right); \\ & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{2}{\sin^2 x}}. \\ 9.28. \text{ а) } & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{13x + 9}{1 - 11x} \right)^{\cos^2 x}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}; \\ & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \sqrt{x^2 + x} - x \right); \\ & \text{д) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x - \sec x); & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x^2)^{\frac{1}{\sin^2 2x}}. \\ 9.29. \text{ а) } & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{x+2}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}; \\ & \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x - 1} \right); & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x^2 + x + 1} - 2 - x}{x^2}; \\ & \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{arcctg} x; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}}. \\ 9.30. \text{ а) } & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}; \\ & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7+2x-x^2} - \sqrt{1+x+x^2}}{2x-x^2}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x + \sqrt[3]{1-x^3} \right); \\ & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 5x; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}. \end{aligned}$$



**Задание 10.** Найти точки разрыва функции  $f(x)$ . Найти левый и правый пределы функции в точках разрыва. Указать вид разрыва. Построить график функции.

$$\begin{array}{ll}
 10.1. \text{ а) } f(x) = 1 - \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 4, & \text{если } x < -1, \\ x^2 + 2, & \text{если } -1 \leq x < 1, \\ 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
 10.2. \text{ а) } f(x) = \frac{3x}{x-1}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ -x + 3, & \text{если } x > 1. \end{cases} \\
 10.3. \text{ а) } f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & \text{если } 0 < x < 2, \\ x-3, & \text{если } x \geq 2. \end{cases} \\
 10.4. \text{ а) } f(x) = \frac{5x}{x+2}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2 + 1, & \text{если } 0 < x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
 10.5. \text{ а) } f(x) = \frac{x^2}{x-3}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ x+1, & \text{если } x > 2. \end{cases} \\
 10.6. \text{ а) } f(x) = x + \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & \text{если } x > \pi. \end{cases} \\
 10.7. \text{ а) } f(x) = \frac{3x}{x^2-1}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -(x+1), & \text{если } x \leq -1, \\ (x+1)^2, & \text{если } -1 < x \leq 0, \\ x, & \text{если } x > 0. \end{cases} \\
 10.8. \text{ а) } f(x) = \frac{3x^2}{x-5x^2}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & \text{если } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & \text{если } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
10.9. \text{ а) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 6}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2 - 1, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 2, & \text{если } x > 1. \end{cases} \\
10.10. \text{ а) } f(x) = \frac{5}{4x - x^2}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 < x < 4, \\ 1, & \text{если } x \geq 4. \end{cases} \\
10.11. \text{ а) } f(x) = \frac{4x}{x+5}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < -1, \\ 1 - x, & \text{если } -1 \leq x < 1, \\ 1 + x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
10.12. \text{ а) } f(x) = \frac{4}{x^2 - 2x + 1}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x + 2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
10.13. \text{ а) } f(x) = \frac{5}{x^2 - 2x - 3}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
10.14. \text{ а) } f(x) = \frac{-2}{x^3 - x^2}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{если } x < 0, \\ x^2 + 1, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ 1 - x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \\
10.15. \text{ а) } f(x) = \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{если } x < 0, \\ x + 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x, & \text{если } x > 1. \end{cases} \\
10.16. \text{ а) } f(x) = \frac{x+1}{(x-2)(x+3)}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x < -1, \\ 0, & \text{если } -1 \leq x < 0, \\ x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases} \\
10.17. \text{ а) } f(x) = \frac{2x}{x(x-4)}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 0, \\ 0, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
10.18. \text{ a) } f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 9}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & \text{если } |x| > 1, \\ 0, & \text{если } |x| \leq 1. \end{cases} \\
10.19. \text{ a) } f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^3 + 3x^2}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } |x| > 1, \\ \frac{x}{|x|}, & \text{если } |x| \leq 1. \end{cases} \\
10.20. \text{ a) } f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < -2, \\ 4 - x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1, \\ 3 - 2x, & \text{если } x > 1. \end{cases} \\
10.21. \text{ a) } f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x} & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -3 - x, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leq x < 3, \\ 7 - 2x, & \text{если } x \geq 3. \end{cases} \\
\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right); & \\
10.22. \text{ a) } f(x) = \frac{\sin x}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x < \pi, \\ x - \pi, & \text{если } x \geq \pi. \end{cases} \\
10.23. \text{ a) } f(x) = \frac{\sin 2x}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 2, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \\
10.24. \text{ a) } f(x) = \frac{e^x}{x(x-1)}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi, \\ -1, & \text{если } x \geq \pi. \end{cases} \\
10.25. \text{ a) } f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - x - 6}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x < 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \frac{\pi}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
10.26. \text{ а) } f(x) = \arctg \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 1 - x^3, & \text{если } x < 0, \\ (x - 1)^3, & \text{если } 0 \leq x \leq 2, \\ 4 - x, & \text{если } x > 2. \end{cases} \\
10.27. \text{ а) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2^x, & \text{если } -1 \leq x < 1, \\ 1, & \text{если } x = 1, \\ x - 1, & \text{если } 1 < x \leq 4. \end{cases} \\
10.28. \text{ а) } f(x) = \lg(x^2 + 3x); & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{4}, \\ 1, & \text{если } x = \frac{\pi}{4}, \\ x^2 - \frac{\pi}{16}, & \text{если } \frac{\pi}{4} < x < \pi. \end{cases} \\
10.29. \text{ а) } f(x) = \ln(3x - x^2); & \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq -1, \\ \frac{2}{x - 1}, & \text{если } x > -1. \end{cases} \\
10.30. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{\ln(x - 1)}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 3, & \text{если } x = 0. \end{cases}
\end{array}$$

## Тема 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

**Задание 11.** Найти производные функций.

$$\begin{array}{ll}
11.1. \text{ а) } y = x + \sqrt[3]{x}; & \text{б) } y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \arcsin x^2. \\
11.2. \text{ а) } y = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}; & \text{б) } y = (x - 2)^5 \cdot \arccos 4x^4. \\
11.3. \text{ а) } y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}; & \text{б) } y = 2^{-x^4} \cdot \operatorname{arctg} 5x^4. \\
11.4. \text{ а) } y = x\sqrt{1 + x^2}; & \text{б) } y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(x^2 - 1)}. \\
11.5. \text{ а) } y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \cos^2 x; & \text{б) } \sqrt[3]{\left(\ln e^{2x} + 3^{5^x}\right)}.
\end{array}$$

$$11.6. \text{ a) } y = e^{-x^2} + \ln 2x;$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin^4 3x}{\cos^3 2x}.$$

$$11.7. \text{ a) } y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2};$$

$$\text{б) } y = 2^{5x} \cdot \ln 4x.$$

$$11.8. \text{ a) } y = \arccos \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{б) } y = \sqrt{(x-3)^7} \cdot e^{\lg x}.$$

$$11.9. \text{ a) } y = \sin x^2;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-5x}.$$

$$11.10. \text{ a) } y = \cos^3 x^2;$$

$$\text{б) } y = \ln \frac{x^2}{x-1}.$$

$$11.11. \text{ a) } y = \cos(\sin x);$$

$$\text{б) } y = e^{\sqrt[3]{x}} \cdot 2^{\lg x}.$$

$$11.12. \text{ a) } y = x \cdot \operatorname{arctg} 2x;$$

$$\text{б) } y = \frac{\ln(6x+1)}{\sqrt{x}}.$$

$$11.13. \text{ a) } y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2};$$

$$\text{б) } y = e^{-x^3} \cdot \sqrt[3]{\sin 2x}.$$

$$11.14. \text{ a) } y = \ln^3 x^2;$$

$$\text{б) } y = \frac{\arccos 5x^4}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$11.15. \text{ a) } y = \sqrt[4]{\ln \frac{x^2-1}{x^2+1}};$$

$$\text{б) } y = \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x.$$

$$11.16. \text{ a) } y = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$\text{б) } y = \frac{5}{(x^2-1)^3} \cdot e^{4x^2}.$$

$$11.17. \text{ a) } y = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right);$$

$$\text{б) } y = \ln^2(x^4-1).$$

$$11.18. \text{ a) } y = \frac{x^6}{1-x^2} + \operatorname{arctg} x^6;$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

$$11.19. \text{ a) } y = \frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3};$$

$$\text{б) } y = \arccos \sqrt{x} \cdot \arcsin 2x.$$

$$11.20. \text{ a) } y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x);$$

$$\text{б) } y = \ln \frac{\sin x}{\cos x}.$$

$$11.21. \text{ a) } y = \ln(\ln x);$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$11.22. \text{ a) } y = \sin^2(x^2-2x+3);$$

$$\text{б) } y = e^{-\operatorname{ctg} \sqrt{x}}.$$

$$11.23. \text{ a) } y = \ln \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 7};$$

$$\text{б) } y = \sin^3 2x.$$

$$11.24. \text{ a) } y = \sqrt[5]{\frac{(x-2)^7(x-4)^2(x+1)^8}{(x+3)^{12}}};$$

$$\text{б) } y = \cos 5x \cdot \operatorname{tg} 4x.$$

$$11.25. \text{ a) } y = \frac{1}{3} \ln \frac{(x-2)^2(x+2)}{(x-1)^2};$$

$$\text{б) } y = 2^{\operatorname{tg} 3x} \cdot e^{\sin 2x}.$$

$$11.26. \text{ a) } y = \sqrt[3]{x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} 2^{2^x} \cdot \sin 3x.$$

$$11.27. \text{ a) } y = (\sin x)^x;$$

$$\text{б) } y = \frac{e^{5^x}}{2^{\cos x}}.$$

$$11.28. \text{ a) } y = x^{\operatorname{tg} x};$$

$$\text{б) } y = \ln \frac{x^5 - 2}{x^4 + 5}.$$

$$11.29. \text{ a) } y = \frac{x e^x \operatorname{arctg} x}{\ln^5 x};$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+2)^3}.$$

$$11.30. \text{ a) } y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{x^3};$$

$$\text{б) } y = e^{\operatorname{tg} x} \cdot 2^{\sin 3x}.$$

**Задание 12.** Исследовать функции и построить их графики.

$$12.1. \quad y = \frac{x}{1+x^2}.$$

$$12.2. \quad y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}.$$

$$12.3. \quad y = x + x^{\frac{5}{3}}.$$

$$12.4. \quad y = \ln(4 - x^2).$$

$$12.5. \quad y = \frac{\ln^2 x}{x}.$$

$$12.6. \quad y = \frac{5x}{x-3}.$$

$$12.7. \quad y = \frac{3x}{x-1}.$$

$$12.8. \quad y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$12.9. \quad y = \frac{1}{x} + 4x^2.$$

$$12.10. \quad y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}.$$

$$12.11. \quad y = \sqrt{1+x^2} + 2x.$$

$$12.12. \quad y = 1 + x^2 - \frac{x^4}{2}.$$

$$12.13. \quad y = 2\sqrt{x^2 + 4}.$$

$$12.14. \quad y = \frac{1}{x} + 4x^2.$$

12.15.  $y = \frac{2x^3}{x^2 - 4}$ .

12.16.  $y = \frac{1 - x^3}{x^2}$ .

12.17.  $y = x + \ln(x^2 - 1)$ .

12.18.  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .

12.19.  $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$ .

12.20.  $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ .

12.21.  $y = e^x \sin x$ .

12.22.  $y = \frac{x}{1 + 4x^2}$ .

12.23.  $y = \frac{1}{4 + x^2}$ .

12.24.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ .

12.25.  $y = x + \frac{1}{x}$ .

12.26.  $y = \frac{e^x}{1 + x}$ .

12.27.  $y = \frac{x^2 + x}{x - 1}$ .

12.28.  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ .

12.29.  $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ .

12.30.  $y = e^{-x^2}$ .

## Тема 7. ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

**Задание 13.** Найти дифференциал функции  $z = f(x, y)$ .

13.1.  $z = \sin^2(2x + 3y)$ .

13.2.  $z = x \cdot \ln \frac{y}{x}$ .

13.3.  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ .

13.4.  $z = \cos(x + y)$ .

13.5.  $z = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ .

13.6.  $z = x \cdot e^{-\sin y}$ .

13.7.  $z = \sin x \cdot \sin y$ .

13.8.  $z = x^3 \cdot y^2 + x \cdot \sin y$ .

13.9.  $z = \sqrt{2xy + y^2}$ .

13.10.  $z = \frac{x^2}{2y - 3}$ .

13.11.  $z = e^x \cdot \ln y + \sin y \cdot \ln x$ .

13.12.  $z = y \cdot \ln x$ .

13.13.  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ .

13.14.  $z = e^{x^2 y + y^3}$ .

13.15.  $z = y^{5x}$ .

13.16.  $z = \sqrt{2xy + y^2}$ .

13.17.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ .

13.18.  $z = \sin \frac{x}{y}$ .

13.19.  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .

13.20.  $z = \arcsin(xy)$ .

13.21.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$ .

13.22.  $z = y^{\ln x}$ .

13.23.  $z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$ .

13.24.  $z = \ln(x^2 + y)$ .

13.25.  $z = \arcsin \sqrt{\frac{x-y}{x}}$ .

13.26.  $z = \cos^2(4x - 3y^2)$ .

13.27.  $z = \ln(x + e^{-y})$ .

13.28.  $z = x \cdot e^{\frac{y}{x}}$ .

13.29.  $z = x \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ .

13.30.  $z = \frac{\sin(x-y)}{x}$ .

**Задание 14.** Исследовать на экстремум функцию.

14.1.  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .

14.2.  $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ .

14.3.  $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

14.4.  $z = x^2y + 2xy^2 - 18xy$ .

14.5.  $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

14.6.  $z = \frac{1}{4}x^4 + x^2y - y^2 - x^2$ .

14.7.  $z = x^3 - 6x + y^3 - 3y$ .

14.8.  $z = x^2 + y^2 + y^3$ .

14.9.  $z = 4y^3 - 2xy + x^2 + 3$ .

14.10.  $z = x^4 - xy + y^2$ .

14.11.  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ .

14.12.  $z = 4y^3 + x^2 + 6xy + 2$ .

14.13.  $z = -x^3 - y^2 + 12x - 2y + 1$ .

14.14.  $z = x^4 + 2x^2y - y^2 - 4x^2$ .



- 14.15.  $z = x^4 - 4xy + 2y^2$ .  
 14.16.  $z = x^3 + y^3 - 12(x + y)$ .  
 14.17.  $z = 6xy - 2x^2y - xy^2$ .  
 14.18.  $z = 3y^2 - x^3 + 3x^2 + 4y$ .  
 14.19.  $z = 4x^3 - 2xy + y^2 + 5$ .  
 14.20.  $z = 3x^2 - y^3 + 3x + 4y$ .  
 14.21.  $z = x^2y + xy^2 + xy$ .  
 14.22.  $z = x^3 + y^3 - 15xy$ .  
 14.23.  $z = x^3 + y^3 - 12x - 3y$ .  
 14.24.  $z = y^3 - 4xy + 2x^2 + 17$ .  
 14.25.  $z = x^4 - 4xy + 2y^2$ .  
 14.26.  $z = 8x^3 + y^3 - 24xy - 7$ .  
 14.27.  $z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 9x$ .  
 14.28.  $z = 6x - x^3 - 3xy - \frac{3}{2}y^2$ .  
 14.29.  $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$ .  
 14.30.  $z = (x^2 + y^2) \cdot e^{-(x^2 + y^2)}$ .

## Тема 8. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

**Задание 15.** Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием.

$$15.1. \int \left( 5x^4 - \frac{3}{x^4} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx.$$

$$15.2. \int \left( 2x - 4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^3} \right) dx.$$

$$15.3. \int \left( x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{5}{x^6} \right) dx.$$

$$15.4. \int \left( x^2 + \frac{3}{x^4} - 8\sqrt[5]{x^3} \right) dx.$$

$$15.5. \int \left( 8x - \frac{5}{x^6} - \frac{6}{\sqrt[5]{x^3}} \right) dx.$$

$$15.6. \int \left( 4x^3 + 8\sqrt[5]{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx.$$

$$\begin{array}{ll}
15.7. \int \left( 3x - 4\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^3} \right) dx. & 15.8. \int \left( 4 - \frac{6}{\sqrt[5]{x^3}} - 7\sqrt[6]{x} \right) dx. \\
15.9. \int \left( 4x^3 + 5\sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{x^4} \right) dx. & 15.10. \int \left( 3 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{4}{x^5} \right) dx. \\
15.11. \int \left( 4x^3 - 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x^2} \right) dx. & 15.12. \int \left( 3x^2 + \frac{8}{x^5} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx. \\
15.13. \int \left( 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{x^4} \right) dx. & 15.14. \int \left( x^4 - 5\sqrt[3]{x^2} - \frac{4}{x^5} \right) dx. \\
15.15. \int \left( 6x^5 - \frac{1}{x^2} + 7\sqrt[5]{x} \right) dx. & 15.16. \int \left( 2 - \frac{1}{x^3} + \frac{6}{\sqrt[5]{x^3}} \right) dx. \\
15.17. \int \left( 1 + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{x^4} \right) dx. & 15.18. \int \left( 7x^6 + 5\sqrt[3]{x^2} - \frac{8}{x^5} \right) dx. \\
15.19. \int \left( 2x - \frac{1}{x^2} - 8\sqrt[5]{x^3} \right) dx. & 15.20. \int \left( x^3 + \frac{8}{x^5} + 11\sqrt[9]{x^2} \right) dx. \\
15.21. \int \left( 2 - \frac{5}{x^6} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx. & 15.22. \int \left( 4x^3 - \frac{2}{x^3} - \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx. \\
15.23. \int \left( 5x^4 - \frac{4}{x^5} + \frac{9}{\sqrt[4]{x}} \right) dx. & 15.24. \int \left( 3 - \frac{2}{x^5} + 7\sqrt[6]{x} \right) dx. \\
15.25. \int \left( 7x^6 - 11\sqrt[9]{x^2} + \frac{4}{x^3} \right) dx. & 15.26. \int \left( 2 - \frac{2}{x^3} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx. \\
15.27. \int \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{x^6} + 14\sqrt[6]{x} \right) dx. & 15.28. \int \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{x^3} + \frac{12}{\sqrt[5]{x^3}} \right) dx. \\
15.29. \int \left( x^3 + \frac{6}{x^4} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx. & 15.30. \int \left( 6x + \frac{8}{x^5} - \frac{3}{\sqrt[4]{x}} \right) dx.
\end{array}$$

**Задание 16.** Найти неопределенные интегралы.

- 16.1.  $\int \frac{(\sqrt{x}+1)^3}{x} dx.$
- 16.2.  $\int \frac{\sqrt{x}-1+x\sqrt{x}e^x}{\sqrt{x^3}} dx.$
- 16.3.  $\int \frac{\cos^3 x - 8\sqrt{x^3} \cdot \cos^2 x + 3}{\cos^2 x} dx.$
- 16.4.  $\int \frac{5x^2 - 2\sqrt{x^3} + \sqrt{x} \cdot \sin x}{\sqrt{x}} dx.$
- 16.5.  $\int \frac{(1-x)^2 - x^2 \cos x}{x^2} dx.$
- 16.6.  $\int \frac{\left(x^{\frac{3}{2}} + 1\right)}{x(\sqrt{x}+1)} dx.$
- 16.7.  $\int \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{x}+1) dx.$
- 16.8.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} \sin^2 x - 1 + \sin^3 x}{\sin^2 x} dx.$
- 16.9.  $\int \frac{4\sqrt[3]{x^2} - 2 + \sqrt[3]{x} \cdot e^x}{\sqrt[3]{x}} dx.$
- 16.10.  $\int \frac{x - 2\sqrt[3]{x^2} \cos^2 x + \cos^2 x}{x \cos^2 x} dx.$
- 16.11.  $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) dx.$
- 16.12.  $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx.$
- 16.13.  $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^3 dx.$
- 16.14.  $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx.$

$$16.15. \int \frac{(1 + \sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

$$16.16. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$16.17. \int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx.$$

$$16.18. \int \frac{1 + 2x^2}{x^2(1 + x^2)} dx.$$

$$16.19. \int \frac{(1 + x)^2}{x(1 + x^2)} dx.$$

$$16.20. \int \frac{(\sqrt{x} - 2)^3}{x} dx.$$

$$16.21. \int e^x \left( 2 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx.$$

$$16.22. \int a^x \left( 1 + \frac{a^{-x}}{\sqrt{x^3}} \right) dx.$$

$$16.23. \int \frac{(2\sqrt{x} + 1)^2}{x^2} dx.$$

$$16.24. \int \frac{2 + 3\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$16.25. \int (x - 1)^2 \cdot x^4 \sqrt{x} dx.$$

$$16.26. \int \frac{\cos^2 x - \sin x \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx.$$

$$16.27. \int \frac{x \sin 2x + \sqrt[3]{x} \cos x}{x \cos x} dx.$$

$$16.28. \int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx.$$

$$16.29. \int \frac{\sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

$$16.30. \int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx.$$

**Задание 17.** Найти неопределенные интегралы.

$$17.1. \int \frac{dx}{1+25x^2}.$$

$$17.2. \int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2+1}}.$$

$$17.3. \int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$$

$$17.4. \int \operatorname{ctg} 3x dx.$$

$$17.5. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{4x+1}}.$$

$$17.6. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4+1}}.$$

$$17.7. \int \operatorname{ctg}(2x+3) dx.$$

$$17.8. \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{x+\operatorname{tg} x}}.$$

$$17.9. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{4+x^5}}.$$

$$17.10. \int \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx.$$

$$17.11. \int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}.$$

$$17.12. \int \cos^3 x \sin x dx.$$

$$17.13. \int \operatorname{tg} 2x dx.$$

$$17.14. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x-3)^2}}.$$

$$17.15. \int 2x\sqrt{x^2+1} dx.$$

$$17.16. \int \frac{(6x-5)dx}{2\sqrt{3x^2-5x+6}}.$$

$$17.17. \int 3e^{-x^3} x^2 dx.$$

$$17.18. \int \frac{\sin 2x}{2+\cos^2 x} dx.$$

$$17.19. \int \frac{\sin x}{\cos^4 x} dx.$$

$$17.20. \int \frac{dx}{\arcsin^2 x \cdot \sqrt{1-x^2}}.$$

$$17.21. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+2}}.$$

$$17.22. \int \frac{\ln(x+3)}{x+3} dx.$$

$$17.23. \int e^{\sin 3x} \cdot \cos 3x dx.$$

$$17.24. \int \frac{5x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}.$$

$$17.25. \int \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

$$17.26. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}.$$

17.27.  $\int \sqrt[3]{2 - 3\cos 5x} \cdot \sin 5x dx.$

17.28.  $\int \frac{e^{2x} dx}{(1 + e^{2x})^2}.$

17.29.  $\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}.$

17.30.  $\int \frac{\arctg^2 2x}{1 + 4x^2} dx.$

**Задание 18.** Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям.

18.1.  $\int x \cos x dx.$

18.2.  $\int x^2 \sin x dx.$

18.3.  $\int x e^{2x} dx.$

18.4.  $\int x^2 e^x dx.$

18.5.  $\int x \ln x dx.$

18.6.  $\int x \ln^2 x dx.$

18.7.  $\int x^2 \ln x dx.$

18.8.  $\int \sqrt{x} \ln x dx.$

18.9.  $\int \ln x dx.$

18.10.  $\int x \cos 3x dx.$

18.11.  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$

18.12.  $\int x \cdot 2^x dx.$

18.13.  $\int x^2 e^{-x} dx.$

18.14.  $\int x \sin 4x dx.$

18.15.  $\int (x+1)e^x dx.$

18.16.  $\int (x-3)\cos x dx.$

18.17.  $\int (x+2)\sin x dx.$

18.18.  $\int (x^2 + 2)e^x dx.$

18.19.  $\int (x^2 - 1)\sin x dx.$

18.20.  $\int (x^2 + 3)\cos x dx.$

18.21.  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx.$

18.22.  $\int \ln(x^2 + 4) dx.$

18.23.  $\int x \arctg x dx.$

18.24.  $\int \arcsin x dx.$

18.25.  $\int \arccos x dx.$

18.26.  $\int \arctg \sqrt{x} dx.$

18.27.  $\int \ln^2 x dx.$

18.28.  $\int x \cos^2 x dx.$

18.29.  $\int e^x \sin x dx.$

18.30.  $\int \sin \ln x dx.$

**Задание 19.** Проинтегрировать рациональную дробь.

- 19.1.  $\int \frac{x dx}{(x+1)(2x+1)}$ .
- 19.2.  $\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx$ .
- 19.3.  $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$ .
- 19.4.  $\int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx$ .
- 19.5.  $\int \frac{2x^2 - 5}{x^4 - 5x^2 + 6} dx$ .
- 19.6.  $\int \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)} dx$ .
- 19.7.  $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$ .
- 19.8.  $\int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}$ .
- 19.9.  $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}$ .
- 19.10.  $\int \frac{2x^2 - 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ .
- 19.11.  $\int \frac{2x^2 + x + 4}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx$ .
- 19.12.  $\int \frac{x^3 + x + 1}{x^3 + x} dx$ .
- 19.13.  $\int \frac{x^4 dx}{x^4 - 1}$ .
- 19.14.  $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$ .
- 19.15.  $\int \frac{3x^3 + 4x}{(x-2)^2(x^2+4)} dx$ .
- 19.16.  $\int \frac{5 dx}{x^3 + 2x^2 + 5x}$ .
- 19.17.  $\int \frac{dx}{x^3 + x}$ .
- 19.18.  $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$ .
- 19.19.  $\int \frac{x^2}{1 - x^4} dx$ .
- 19.20.  $\int \frac{20 dx}{(x+4)(x^2+4x+20)}$ .
- 19.21.  $\int \frac{2x^5 - 2x^4 + 4}{x^4 + 4x^2} dx$ .
- 19.22.  $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x)}$ .
- 19.23.  $\int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)} dx$ .
- 19.24.  $\int \frac{9x}{(x-5)(x^2 + 2x + 10)} dx$ .
- 19.25.  $\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2-1)}$ .
- 19.26.  $\int \frac{x^5 + 2x^3 + 4x + 4}{x^4 + 2x^3 + 2x^2} dx$ .
- 19.27.  $\int \frac{x^2 - 5x + 9}{(x-1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx$ .
- 19.28.  $\int \frac{12 dx}{x^4 + x^3 - x - 1}$ .
- 19.29.  $\int \frac{x dx}{(x^2+1)(x-1)}$ .
- 19.30.  $\int \frac{x dx}{x^3 + 1}$ .

**Задание 20.** Проинтегрировать иррациональные функции.

$$20.1. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-3-x^2}}.$$

$$20.2. \int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x+3)^2}}.$$

$$20.3. \int \frac{dx}{\sqrt{8+6x-9x^2}}.$$

$$20.4. \int \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}.$$

$$20.5. \int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}.$$

$$20.6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x+5}}.$$

$$20.7. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}}.$$

$$20.8. \int \frac{dx}{\sqrt{12x-9x^2-2}}.$$

$$20.9. \int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx.$$

$$20.10. \int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx.$$

$$20.11. \int \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx.$$

$$20.12. \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+8x+7}} dx.$$

$$20.13. \int \frac{2x-10}{\sqrt{1+x-x^2}} dx.$$

$$20.14. \int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}} dx.$$

$$20.15. \int \frac{2x+5}{\sqrt{4x^2+8x+9}} dx.$$

$$20.16. \int \frac{8x-11}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx.$$

$$20.17. \int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2-11x+2}}.$$

$$20.18. \int \frac{2-5x}{\sqrt{4x^2+9x+1}} dx.$$

$$20.19. \int \frac{x-3}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx.$$

$$20.20. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}.$$

$$20.21. \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}.$$

$$20.22. \int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)} dx.$$

$$20.23. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}.$$

$$20.24. \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}.$$

$$20.25. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-1)}.$$

$$20.26. \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}.$$

$$20.27. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}} dx.$$

$$20.28. \int \frac{dx}{x(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})}.$$



20.29.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[4]{x}}.$

20.30.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}.$

**Задание 21.** Найти неопределенные интегралы.

21.1.  $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx.$

21.2.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx.$

21.3.  $\int \operatorname{tg}^2 x dx.$

21.4.  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx.$

21.5.  $\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx.$

21.6.  $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}.$

21.7.  $\int \sin^3 x \cos x dx.$

21.8.  $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}.$

21.9.  $\int \cos^3 x \cdot \sin 2x dx.$

21.10.  $\int \cos 2x \cdot \cos 3x dx.$

21.11.  $\int \sin 2x \cdot \sin 5x dx.$

21.12.  $\int \cos x \cdot \sin 3x dx.$

21.13.  $\int \frac{dx}{1 + \sin x}.$

21.14.  $\int \frac{dx}{4 - 5 \cos x}.$

21.15.  $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 5}.$

21.16.  $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x - 3}.$

21.17.  $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}.$

21.18.  $\int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} dx.$

21.19.  $\int \frac{dx}{1 + \operatorname{tg} x}.$

21.20.  $\int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{ctg} x}.$

21.21.  $\int \operatorname{tg}^3 x dx.$

21.22.  $\int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}.$

21.23.  $\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}.$

21.24.  $\int \frac{dx}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}.$

21.25.  $\int \frac{dx}{5 \cos^2 x + 9 \sin^2 x}.$

21.26.  $\int \frac{dx}{2 - \sin^2 x}.$

21.27.  $\int \cos^2 x dx.$

21.28.  $\int \sin^2 x dx.$

21.29.  $\int \cos^4 x dx.$

21.30.  $\int \sin^6 x dx.$

**Задание 22.** Вычислить определенный интеграл.

$$22.1. \int_0^4 \sqrt{3x+4} \, dx.$$

$$22.2. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[4]{5x+1}}.$$

$$22.3. \int_{-1}^4 \frac{x \, dx}{\sqrt{x+5}}.$$

$$22.4. \int_0^1 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

$$22.5. \int_0^{0.5} \frac{dx}{1+4x^2}.$$

$$22.6. \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2+2x+2} \, dx.$$

$$22.7. \int_2^3 \frac{1}{(2x-3)^3} \, dx.$$

$$22.8. \int_1^2 \frac{x^2 \, dx}{(x^3+1)^2}.$$

$$22.9. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x \, dx.$$

$$22.10. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} \, dx.$$

$$22.11. \int_1^2 \frac{1+\ln x}{x} \, dx.$$

$$22.12. \int_0^1 x^2 e^{x^3} \, dx.$$

$$22.13. \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1+\cos^2 x) \sin x \, dx.$$

$$22.14. \int_0^3 \frac{x-2.5}{x^2-5x+7} \, dx.$$

$$22.15. \int_{\pi}^{2\pi} \sin\left(\frac{x-\pi}{3}\right) \, dx.$$

$$22.16. \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{6}} x\sqrt{2x^2-3} \, dx.$$

$$22.17. \int_0^{\frac{1}{\sqrt{5}}} x e^{3x^2-1} \, dx.$$

$$22.18. \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{10}} \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2-1}}.$$

$$22.19. \int_0^2 x^2 \sqrt{1+x^3} \, dx.$$

$$22.20. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x \, dx}{1+\cos^2 x}.$$

$$22.21. \int_{-5}^{-1} \sqrt[3]{\frac{x+3}{2}} \, dx.$$

$$22.22. \int_0^5 \frac{x}{\sqrt{x+4}} \, dx.$$

$$22.23. \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$22.24. \int_0^7 x^3 \sqrt{x+1} dx.$$

$$22.25. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx.$$

$$22.26. \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

$$22.27. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$22.28. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 - \sin^2 x) \sin 2x dx.$$

$$22.29. \int_1^e \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx.$$

$$22.30. \int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$$

**Задание 23.** Вычислить определенный интеграл.

$$23.1. \int_0^{\frac{\pi}{6}} x \sin x dx.$$

$$23.2. \int_0^1 x e^x dx.$$

$$23.3. \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

$$23.4. \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx.$$

$$23.5. \int_1^e x \ln x dx.$$

$$23.6. \int_1^3 \ln x dx.$$

$$23.7. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx.$$

$$23.8. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1) \sin x dx.$$

$$23.9. \int_1^2 (x^2+3) \ln x dx.$$

$$23.10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx.$$

$$23.11. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$23.12. \int_0^1 \ln(x^2+1) dx.$$

23.13.  $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cdot \cos x dx.$

23.14.  $\int_{-3}^3 x \sin \frac{x}{3} dx.$

23.15.  $\int_{-\pi}^0 x^2 \sin x dx.$

23.16.  $\int_1^e x^2 \ln x dx.$

23.17.  $\int_0^3 \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$

23.18.  $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1)e^{-2x} dx.$

23.19.  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx.$

23.20.  $\int_1^8 \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx.$

23.21.  $\int_{-\pi}^{\pi} (1-x) \cos x dx.$

23.22.  $\int_{2-\pi}^{2+\pi} x \sin \frac{x-2}{2} dx.$

23.23.  $\int_{-3}^0 x e^{\frac{x}{3}} dx.$

23.24.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x-1}{\sin^2 x} dx.$

23.25.  $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos^2 x dx.$

23.26.  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \ln \frac{1}{x} dx.$

23.27.  $\int_0^1 x^2 \arctg x dx.$

23.28.  $\int_0^{\pi} 2x \sin^2 x dx.$

23.29.  $\int_0^1 \frac{\arccos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$

23.30.  $\int_2^3 \frac{\ln x}{(x-1)^2} dx.$

**Задание 24.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

24.1.  $y = 6x - x^2, y = 0.$

24.2.  $y = x^2 - 4, x = 4, y = 0.$

24.3.  $y = x^2, y = 8 - x^2.$

24.4.  $y = -x^2, y + x + 2 = 0.$

24.5.  $xy = 6, y = 7 - x.$

24.6.  $y = \sqrt{x}, y = \sqrt[3]{x}.$

- 24.7.  $y = x$ ,  $y = (x - 2)^2$ ,  $y = 0$ .
- 24.8.  $y = x^2 - 3x$ ,  $y = -2$ .
- 24.9.  $y = \cos x$ ,  $y = 3 \cos x$  (на одном периоде).
- 24.10.  $y = \ln x$ ,  $x = e$ ,  $y = 0$ .
- 24.11.  $4y = 8x - x^2$ ,  $4y = x + 6$ .
- 24.12.  $y = x^2 + 4x$ ,  $x - y + 4 = 0$ .
- 24.13.  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = 4x$ .
- 24.14.  $x^2 + y^2 = 4x$ ,  $y = 2x$ .
- 24.15.  $xy = 2$ ,  $x^2 + y^2 = 5$ .
- 24.16.  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$ ,  $y = 3$ .
- 24.17.  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x = 0$ .
- 24.18.  $x^2 = 2y$ ,  $y = 3x - x^2$ .
- 24.19.  $y = 0,25x^2$ ,  $y = 3x - 0,5x^2$ .
- 24.20.  $xy = 4\sqrt{2}$ ,  $x^2 - 6x + y^2 - 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .
- 24.21.  $y = \frac{16}{x^2}$ ,  $y = 17 - x^2$  (1-я четверть).
- 24.22.  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2 - 2x$ .
- 24.23.  $y = \frac{3x + 4}{x - 2}$ ,  $x = 3$ ,  $x = 5$ .
- 24.24.  $y = 8 + 2x - x^2$ ,  $y = 2x + 4$ .
- 24.25.  $y^2 = 2x$ ,  $x^2 = 3y$ .
- 24.26.  $y = x^3$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = 0$ .
- 24.27.  $y = -x^2$ ,  $x + y + 2 = 0$ .
- 24.28.  $y = 7 - x$ ,  $xy = 6$ .
- 24.29.  $y = x^3$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = 0$ .
- 24.30.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 8$ .

## Тема 9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Задание 25.** Решить задачу Коши для дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

- 25.1.  $\operatorname{tg} y \, dx - x \ln x \, dy = 0$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$ .
- 25.2.  $2y(x^2 + 1)y' - \sqrt{y^2 + 2} = 0$ ,  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ .
- 25.3.  $x(y^2 + 1)dx + y(1 - x^2)dy = 0$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ .
- 25.4.  $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$ ,  $y(0) = \sqrt{6}$ .
- 25.5.  $\sqrt{3 + y^2} \, dx = (y + x^2y)dy$ ,  $y(0) = 1$ .
- 25.6.  $y(e^x + 4)dy - e^x dx = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
- 25.7.  $(1 + x^2)dy = 2x(y + 3)dx$ ,  $y(0) = 0$ .
- 25.8.  $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$ ,  $y(0) = 7$ .
- 25.9.  $(1 + x^2)y' - 2xy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 25.10.  $y' = (2y - 1)\operatorname{ctg} x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 5$ .
- 25.11.  $(x + 2)dy = (y - 1)dx$ ,  $y(1) = 2$ .
- 25.12.  $(1 + x^2)xyy' = 1 + y^2$ ,  $y(1) = 2$ .
- 25.13.  $x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2 dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 25.14.  $x + xy + yy'(1 + x) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
- 25.15.  $(1 + y^2)dx - xydy = 0$ ,  $y(1) = 0$ .
- 25.16.  $y(x^2 + 1)dy + \sqrt{y^2 + 2} \, dx = 0$ ,  $y(0) = 2$ .
- 25.17.  $y' \operatorname{tg} x = 1 + y$ ,  $y(0) = 1$ .
- 25.18.  $xy' \ln x = y$ ,  $y(e) = 1$ .
- 25.19.  $\sqrt{1 - x^2}y' + xy^2 + x = 0$ ,  $y(1) = 1$ .
- 25.20.  $x + xy^2 - (y + yx^2)y' = 0$ ,  $y(1) = 1$ .
- 25.21.  $xy \, dx + (1 + y^2)\sqrt{1 + x^2} \, dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 25.22.  $\sqrt{5 + y^2} \, dx = -4y(x^2 + 1)dy$ ,  $y(0) = 2$ .
- 25.23.  $(y - xy)dy + dx = 0$ ,  $y(2) = 0$ .
- 25.24.  $x\sqrt{4 + y^2} \, dx + y\sqrt{1 + x^2} \, dy = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
- 25.25.  $y' = 2\sqrt{y} \ln x$ ,  $y(e) = 1$ .

$$\begin{array}{ll}
25.26. & x + xy + y'(xy + y) = 0, & y(0) = e - 1. \\
25.27. & y'x^3 = 2y, & y(1) = e. \\
25.28. & 2x^2 y dy = (1 + x^2) dx, & y(1) = 1. \\
25.29. & y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x, & y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}. \\
25.30. & x^2 y' + y^2 = 0, & y(-1) = 1.
\end{array}$$

**Задание 26.** Решить задачу Коши для линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

$$\begin{array}{ll}
26.1. & y' - \frac{1}{x} y = -\frac{2}{x^2}, & y(1) = 1. \\
26.2. & y' + 2xy = 2x^2 e^{-x^2}, & y(0) = 1. \\
26.3. & xy' + 2y = x^3, & y(-1) = 1. \\
26.4. & y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, & y(0) = 0. \\
26.5. & y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, & y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \\
26.6. & y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, & y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}. \\
26.7. & y' - \frac{1}{x+2} y = x^2 + 2x, & y(-1) = \frac{3}{2}. \\
26.8. & y' - \frac{1}{x+1} y = e^x(x+1), & y(0) = 1. \\
26.9. & y' - \frac{1}{x} y = x \sin x, & y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \\
26.10. & y' + \frac{1}{x} y = \sin x, & y(\pi) = \frac{1}{\pi}. \\
26.11. & y' + \frac{1}{2x} y = x^2, & y(1) = 1. \\
26.12. & y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}, & y(0) = \frac{2}{3}.
\end{array}$$

- 26.13.  $y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5$ ,  $y(2) = 4$ .
- 26.14.  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{x+1}{x}e^x$ ,  $y(1) = e$ .
- 26.15.  $y' - y\cos x = \sin 2x$ ,  $y(0) = -1$ .
- 26.16.  $y' - 3x^2y = \frac{x^2(1+x^3)}{3}$ ,  $y(0) = 0$ .
- 26.17.  $y' - 4xy = -4x^3$ ,  $y(0) = -\frac{1}{2}$ .
- 26.18.  $y' - y\cos x = -\sin 2x$ ,  $y(0) = 3$ .
- 26.19.  $y' - \frac{1}{x}y = -\frac{\ln x}{x}$ ,  $y(1) = 1$ .
- 26.20.  $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$ ,  $y(0) = \frac{1}{2}$ .
- 26.21.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .
- 26.22.  $y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2$ ,  $y(0) = 1$ .
- 26.23.  $y' + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{1-x^2}y = \frac{1}{2}x$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ .
- 26.24.  $y' + xy = x^3$ ,  $y(0) = 3$ .
- 26.25.  $y' + 2xy = -2x^3$ ,  $y(1) = \frac{1}{e}$ .
- 26.26.  $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2$ ,  $y(1) = 3$ .
- 26.27.  $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$ ,  $y(1) = 1$ .
- 26.28.  $y' - \frac{1}{x}y = 2\frac{\ln x}{x}$ ,  $y(1) = 1$ .
- 26.29.  $y' + \frac{2}{x}y = x^3$ ,  $y(1) = -\frac{5}{6}$ .
- 26.30.  $y' - \frac{1}{x}y = -\frac{12}{x^3}$ ,  $y(1) = 4$ .



**Задание 27.** Найти общий интеграл однородных дифференциальных уравнений первого порядка.

$$27.1. \quad y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$$

$$27.2. \quad y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$27.3. \quad xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$27.4. \quad y' = \frac{x+2y}{2x-y}.$$

$$27.5. \quad 2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3.$$

$$27.6. \quad xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$27.7. \quad y' = \frac{y}{x} - \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$27.8. \quad xyy' = 8x^2 + y^2.$$

$$27.9. \quad xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0.$$

$$27.10. \quad 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4.$$

$$27.11. \quad 4xyy' - y^2 - 3x^2 = 0.$$

$$27.12. \quad 2x^2y' + x^2 + y^2 = 0.$$

$$27.13. \quad (x-y)y' - y = 0.$$

$$27.14. \quad y^2 + x^2y' = xyy'.$$

$$27.15. \quad xyy' = x^2 + y^2.$$

$$27.16. \quad yy' + x + 2y = 0.$$

$$27.17. \quad xy' = y + xe^{\frac{y}{x}}.$$

$$27.18. \quad 2xyy' = y^2 - x^2.$$

$$27.19. \quad y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{4y}.$$

$$27.20. \quad x^2y' = y^2 + xy.$$

$$27.21. \quad y^2 = 2xy - x^2y'.$$

$$27.22. \quad 8xyy' - x^2 - 4y^2 = 0.$$

$$27.23. \quad xy' = y(1 + \ln y - \ln x).$$

$$27.24. \quad xy^2y' = x^3 + y^3.$$

$$27.25. \quad (x^2 + 2xy)dx + xydy = 0.$$

$$27.26. \quad x^2y' - xy = 2y^2.$$

$$27.27. \quad xy' \sin\left(\frac{y}{x}\right) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x.$$

$$27.28. \quad xy' = y + 2\sqrt{xy}.$$

$$27.29. \quad y' + 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = 0.$$

$$27.30. \quad xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

**Задание 28.** Найти общее решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

- 28.1.  $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2$ .      28.2.  $y'' + 4y = 3\cos x$ .
- 28.3.  $y'' - y' - 2y = 3e^{2x}$ .      28.4.  $y'' - 2y' = 2x + 1$ .
- 28.5.  $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x}$ .      28.6.  $y'' - 4y = 4\sin 2x$ .
- 28.7.  $y'' + y' = 3\cos x - \sin x$ .      28.8.  $y'' - 3y' = 3e^{3x}$ .
- 28.9.  $y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3$ .      28.10.  $y'' - 4y' + 5y = 5x - 4$ .
- 28.11.  $y'' - y' - 2y = \cos x - 3\sin x$ .      28.12.  $y'' - 4y = (3x - 1)e^{-x}$ .
- 28.13.  $y'' + y = 6\sin 2x$ .      28.14.  $y'' - 5y' = 10x + 3$ .
- 28.15.  $y'' + y' - 2y = 4e^{2x}$ .      28.16.  $y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}$ .
- 28.17.  $y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2$ .      28.18.  $y'' + 16y = 7\cos 3x$ .
- 28.19.  $y'' + 2y' + 9y = 2e^{3x}$ .      28.20.  $y'' + 2y' + y = 2\sin x$ .
- 28.21.  $y'' + 4y = 8x$ .      28.22.  $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$ .
- 28.23.  $y'' - y' - 2y = 2x^2 + 2x + 1$ .      28.24.  $y'' + 9y = 2x^2 + 5$ .
- 28.25.  $y'' + 6y' + 13y = 30\sin x$ .      28.26.  $y'' + 5y' + 6y = 2e^{-x}$ .
- 28.27.  $y'' - 2y' = 6x^2 - 10x + 12$ .      28.28.  $y'' - 3y' = 2 - 6x$ .
- 28.29.  $y'' + 9y = \cos x$ .      28.30.  $y'' + 4y' = xe^x$ .

## Тема 10. РЯДЫ

**Задание 29.** С помощью признаков сравнения исследовать на сходимость нижеприведенные ряды.

- 29.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$ .      29.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ .
- 29.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$ .      29.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 3}$ .
- 29.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)^2}$ .      29.6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{3n+1}$ .
- 29.7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^4} \cdot \sqrt[4]{n+1}}$ .      29.8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4}{(n^2 + 2) \cdot 2^n}$ .

$$\begin{array}{ll}
29.9. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}. \\
29.11. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}. \\
29.13. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{2n}}. \\
29.15. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+3}. \\
29.17. & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}. \\
29.19. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}. \\
29.21. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2(n^2+2)}}. \\
29.23. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2n-1}. \\
29.25. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-3n+5}. \\
29.27. & \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n^4+1}}. \\
29.29. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1} \right). \\
29.10. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^2}. \\
29.12. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^3}. \\
29.14. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n+n}. \\
29.16. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}. \\
29.18. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}. \\
29.20. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+4n^2+5}}. \\
29.22. & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-\sqrt[3]{n}}{n^3-n}. \\
29.24. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{n^4+4}. \\
29.26. & \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}). \\
29.28. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}). \\
29.30. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2.
\end{array}$$

**Задание 30.** С помощью признака Даламбера исследовать на сходимость нижеприведенные ряды.

$$\begin{array}{ll}
30.1. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}. \\
30.2. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}. \\
30.3. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}. \\
30.4. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}.
\end{array}$$

$$30.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}.$$

$$30.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n \sqrt{n}}.$$

$$30.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}}.$$

$$30.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}.$$

$$30.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n^3}.$$

$$30.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$30.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}.$$

$$30.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(n+1)(n+2)}}{3^n}.$$

$$30.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot 5^n}.$$

$$30.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{3})^n}{2n+5}.$$

$$30.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n(n+1)!}.$$

$$30.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

$$30.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^n}{n!}.$$

$$30.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}.$$

$$30.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

$$30.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{2n+5}.$$

$$30.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n-2) \cdot (3n+1)}.$$

$$30.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n^2+1}.$$

$$30.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

$$30.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n + 1}{2^{n+5}(n^2+1)}.$$

$$30.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2}{2^n}.$$

$$30.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n} \cdot 5^n}.$$

$$30.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{3^n(2n+1)}.$$

$$30.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(n^2+1)} \cdot 3^n}{n \cdot 2^{\frac{n}{2}}}.$$

$$30.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}.$$

$$30.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n!}{2^n \cdot n^n}.$$

**Задание 31.** С помощью признака Коши исследовать на сходимость нижеприведенные ряды.

$$\begin{array}{ll}
31.1. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n. \\
31.3. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}. \\
31.5. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n^2+4} \right)^n. \\
31.7. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}. \\
31.9. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2+2n+1}{5n^2+2n+1} \right)^n. \\
31.11. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}. \\
31.13. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{2^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}. \\
31.15. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}. \\
31.17. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}. \\
31.19. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n+5} \right)^{n^2}. \\
31.21. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2+4n-1}{2n^2+3} \right)^n. \\
31.23. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{3n+1} \right)^{2n+1}. \\
31.25. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n-7}{6n+5} \right)^{n^3}. \\
31.2. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(n+1)}{n^n}. \\
31.4. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2+1}{n^2+1} \right)^n. \\
31.6. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}. \\
31.8. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}. \\
31.10. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n} \right)^n \cdot \frac{1}{5^n}. \\
31.12. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}}{5^n}. \\
31.14. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^3+1}{4n^3+2} \right)^n. \\
31.16. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}. \\
31.18. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{5n+2} \right)^{n^2}. \\
31.20. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+5}{n-1} \right)^{n^2}. \\
31.22. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\ln^n(n+5)}. \\
31.24. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}. \\
31.26. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+2}{3n+1} \right)^n \cdot (n+1)^3.
\end{array}$$

$$31.27. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n \frac{\pi}{2n}.$$

$$31.28. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg} g^n \frac{\pi}{3n}.$$

$$31.29. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left( \frac{n-2}{2n+1} \right)^{5n}.$$

$$31.30. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{2n}.$$

**Задание 32.** Исследовать на сходимость нижеприведенные ряды с помощью интегрального признака Коши.

$$32.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

$$32.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^2 n + 1)}.$$

$$32.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n^2}}.$$

$$32.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 4}.$$

$$32.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$$

$$32.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n-2}}.$$

$$32.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}.$$

$$32.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}.$$

$$32.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}.$$

$$32.10. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

$$32.11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$32.12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$32.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3+n^2}.$$

$$32.14. \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{-2n}.$$

$$32.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}.$$

$$32.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

$$32.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}.$$

$$32.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}.$$

$$32.19. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n-5}{n^2 - 5n + 7}.$$

$$32.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3+2n}}.$$

$$32.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{n}}}{n^2}.$$

$$32.22. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-2}{n^3}.$$

$$32.23. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-3n}.$$

$$32.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)^2 + 1}.$$

$$32.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 3}.$$

$$32.29. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n(1 + \ln^3 n)}.$$

$$32.24. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n^4}.$$

$$32.26. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 4}{n^4}.$$

$$32.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 2n + 5}.$$

$$32.30. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \cdot \ln \ln n}.$$

**Задание 33.** Указать сходящиеся абсолютно, сходящиеся условно и расходящиеся ряды.

$$33.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4n-3}.$$

$$33.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n}.$$

$$33.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n}{n(2^n + 1)}.$$

$$33.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^4 + n^2 + 5}}.$$

$$33.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

$$33.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{n!}.$$

$$33.13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 1}{n \ln n}.$$

$$33.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 + 4}.$$

$$33.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 4}{2n^2 + n + 1}.$$

$$33.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 3^n}.$$

$$33.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{(n+1)(n+2)}}.$$

$$33.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(3n+2)^2}.$$

$$33.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \cdot 3^n}.$$

$$33.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n(n+1)}{5^n}.$$

$$33.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{(n+1)!}.$$

$$33.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot e^{-5n}.$$

$$33.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{3^{n^4} \sqrt{n}}.$$

$$33.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{5^n \sqrt{4n+1}}.$$

$$33.19. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n - \sqrt[3]{n}}{n^3 - n}.$$

$$33.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{5^n}.$$

$$33.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n(n+5)}.$$

$$33.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4n-1}{\sqrt{n} \cdot 3^n}.$$

$$33.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 - 3n + 5}.$$

$$33.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

$$33.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3 + 1}.$$

$$33.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{5^n \sqrt[5]{n}}.$$

$$33.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n^2 + 2)}{n^5 + 3}.$$

$$33.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}.$$

$$33.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}.$$

$$33.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

**Задание 34.** Исследовать сходимость степенного ряда.

$$34.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$34.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^n}{4^n \sqrt[5]{n}}.$$

$$34.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n.$$

$$34.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot x^n}{4^n \sqrt{n}}.$$

$$34.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{\sqrt{(5n-2)3^n}}.$$

$$34.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)2^n}.$$

$$34.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}.$$

$$34.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{5^n \cdot \sqrt{n}}.$$

$$34.4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n \cdot 3^n \ln n}.$$

$$34.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \cdot x^n}{5^n \sqrt[3]{n}}.$$

$$34.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{4^n \sqrt[3]{n}}.$$

$$34.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot x^n}{5^n \sqrt{n}}.$$

$$34.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{3^n \sqrt[4]{n}}.$$

$$34.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)2^n}.$$



34.15. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(n+3)}.$$

34.17. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot x^n}{3^n \sqrt{n}}.$$

34.19. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + 3^n}.$$

34.21. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

34.23. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{\sqrt{5^n(1+4n)}}.$$

34.25. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^n}{5^n \sqrt{4n+1}}.$$

34.27. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}.$$

34.29. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

34.16. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{9^n 4\sqrt{n}}.$$

34.18. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{7^n 3\sqrt{n}}.$$

34.20. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{8^n(5^n + 1)}.$$

34.22. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^n}{4^n(3^n + 1)}.$$

34.24. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+3)}.$$

34.26. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \frac{x^{3n}}{3^n}.$$

34.28. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}.$$

34.30. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n.$$

**Задание 35.** Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001 путем предварительного разложения подинтегральной функции в степенной ряд и почленного интегрирования этого ряда.

35.1. 
$$\int_0^1 \cos x^2 dx.$$

35.3. 
$$\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx.$$

35.5. 
$$\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \cos 2x dx.$$

35.7. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

35.2. 
$$\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx.$$

35.4. 
$$\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

35.6. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} x e^{-x^3} dx.$$

35.8. 
$$\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x^2} dx.$$

$$35.9. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^5}}.$$

$$35.11. \int_0^{0.5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$35.13. \int_0^1 \cos\sqrt{x} dx.$$

$$35.15. \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}.$$

$$35.17. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^4}}.$$

$$35.19. \int_0^1 x^2 \sin \sqrt[3]{x} dx.$$

$$35.21. \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \ln(1+\sqrt{x}) dx.$$

$$35.23. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-e^{-x^2}}{x} dx.$$

$$35.25. \int_0^1 \frac{\ln(1+\frac{x}{5})}{x} dx.$$

$$35.27. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{256+x^4}}.$$

$$35.29. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}.$$

$$35.10. \int_0^{\frac{1}{4}} \sin x^2 dx.$$

$$35.12. \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx.$$

$$35.14. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x dx}{\sqrt[4]{1+x^3}}.$$

$$35.16. \int_0^1 x^2 \cos\sqrt{x} dx.$$

$$35.18. \int_0^1 \cos\sqrt{x^3} dx.$$

$$35.20. \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

$$35.22. \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx.$$

$$35.24. \int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

$$35.26. \int_0^{2.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x}}.$$

$$35.28. \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{8-x^3}}.$$

$$35.30. \int_0^{2.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{625+x^4}}.$$

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

**Высшая математика.** Общий курс : учеб. для вузов / А. В. Кузнецов [и др.] ; под ред. А. И. Яблонского. – Минск : Выш. шк., 1993. – 349 с.

**Гусак, А. А.** Высшая математика : учеб. пособие для вузов. В 2 т. Т. 1 / А. А. Гусак. – Минск : ТетраСистемс, 1998. – 544 с.

**Гусак, А. А.** Задачи и упражнения по высшей математике : учеб. пособие для вузов. В 2 ч. Ч. 1 / А. А. Гусак. – Минск : Выш. шк., 1988. – 246 с.

**Гусак, А. А.** Справочник по высшей математике : учеб. для вузов / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричкова. – Минск : ТетраСистемс, 2000. – 640 с.

**Данко, П. Е.** Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов. В 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М. : Оникс, 2002. – 304 с.

**Карасев, А. И.** Курс высшей математики для экономических вузов : учеб. пособие для студентов экон. специальностей вузов. В 2 ч. Ч. 1 / А. И. Карасев, З. М. Аксютина, Т. И. Савельева. – М. : Высш. шк., 1982. – 272 с.

**Красс, М. С.** Математика для экономических специальностей : учеб. для вузов / М. С. Красс. – М. : Дело, 2002. – 704 с.

**Кудрявцев, В. А.** Краткий курс высшей математики : учеб. пособие / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1989. – 656 с.

**Марков, Л. Н.** Высшая математика : учеб. пособие для вузов. В 2 ч. Ч. 1 / Л. Н. Марков, Г. П. Размыслович. – Минск : Амалфея, 1999. – 208 с.

**Минорский, В. П.** Сборник задач по высшей математике : учеб. пособие / В. П. Минорский. – М. : Наука, 1987. – 349 с.

**Минюк, С. А.** Высшая математика : учеб. пособие для вузов / С. А. Минюк, Е. А. Ровба. – Гродно : ГрГУ, 2000. – 394 с.

**Практикум** по высшей математике для экономистов : учеб. пособие для вузов / под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 423 с.

**Сборник** задач и упражнений по высшей математике. Общий курс : учеб. пособие / А. В. Кузнецов [и др.]. – Минск : Выш. шк., 1994. – 284 с.

**Сборник** индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие для вузов. В 3 ч. Ч. 1 / А. П. Рябушко [и др.] ; под ред. А. П. Рябушко. – Минск : Выш. шк., 1990. – 269 с.

**Шипачев, В. С.** Высшая математика : учеб. для немат. специальностей вузов / В. С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова. – М. : Высш. шк., 1990. – 479 с.

**Шипачев, В. С.** Высшая математика : учеб. для вузов / В. С. Шипачев. – М. : Высш. шк., 1998. – 479 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка .....	4
Тема 1. Векторная алгебра.....	4
Тема 2. Матрицы и определители .....	8
Тема 3. Решение систем линейных уравнений .....	11
Тема 4. Геометрия пространства $R^n$ .....	13
Тема 5. Предел функции .....	19
Тема 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной .....	29
Тема 7. Функции двух переменных .....	32
Тема 8. Интегральное исчисление и его применение .....	34
Тема 9. Дифференциальные уравнения .....	46
Тема 10. Ряды.....	51
Список рекомендуемой литературы .....	60

Учебное издание

## **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**Практикум**  
**для студентов 1 курса дневной формы обучения**  
**экономических специальностей**

Авторы-составители:

**Воробей** Людмила Александровна  
**Грибовская** Марал Атаевна  
**Миронович** Елена Михайловна

Редактор О. М. Ковалева  
Компьютерная верстка Л. Ф. Кириленкова

Подписано в печать 31.05.07. Бумага типографская № 1.  
Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Гарнитура Таймс. Ризография.  
Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 3,85. Тираж 500 экз.  
Заказ №

Учреждение образования “Белорусский торгово-экономический  
университет потребительской кооперации”.  
246029, г. Гомель, просп. Октября, 50.  
ЛИ № 02330/0056814 от 02.03.2004 г.

Отпечатано в учреждении образования “Белорусский торгово-экономический  
университет потребительской кооперации”.  
246029, г. Гомель, просп. Октября, 50.