

НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА В ВОПРОСАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В статье рассматриваются вопросы использования нечеткой логики в проектировании методической системы обучения математике. Анализируются особенности и преимущества нечеткого подхода в решении этой задачи.

In the article we consider the problems of usage of fuzzy logic in the projection of methodic system of teaching mathematics. We analyze the features and advantages of fuzzy approach in the decision of this task.

Ключевые слова: нечеткая логика; нечеткий подход; обучение математике; педагогическое проектирование; методическая система.

Key words: fuzzy logic; fuzzy approach; teaching mathematics; pedagogic projection; methodic system.

Педагогическая наука переживает в настоящее время непростой период переосмысления старых и поиска новых подходов в решении своих проблем. В условиях, когда в обществе «совокупный общественный интеллект признается главной движущей силой прогресса, диктующей развитие производительных сил, а интеллектуальное развитие, развитие мышления все более осознается как основа успешного обучения» [1], мы начинаем понимать значение нечеткой логики (НЛ) как универсального средства описания интеллектуальных и других сложных, трудноуловимых процессов в педагогике, в человеческом мышлении, тренировки, развития способностей обучаемых. Все возрастающее значение имеют и нечеткие интеллектуальные технологии в самых различных отраслях деятельности человека. Общей предпосылкой для использования указанных технологий является, по мнению А. А. Ускова, А. В. Кузьмина, с одной стороны, наличие неопределенности, связанной с отсутствием информации и сложностью системы, невозможностью или нецелесообразностью ее описания традиционными методами и, с другой стороны, наличие об объекте, необходимых управляющих воздействиях, возмущениях существенной информации качественного характера. Задачи сегодняшнего и в большей степени завтрашнего дня остро ставят проблему разработки научных основ повышения эффективности обучения, воспитания молодежи до нового уровня, связанного с возможностями науки и требованиями жизни. Сегодня, как никогда ранее, ощущаются наиболее значимые тенденции в развитии образования: его гуманизация, интеллектуализация и технологизация [1].

Одной из главных целей подготовки кадров в высшей школе являются формирование и развитие профессиональной компетентности будущих специалистов. Для решения этой задачи и уверенного продвижения на рынке труда современному преподавателю необходимо знание различных технологий и умение работать по этим технологиям в зависимости от складывающейся в его деятельности ситуации. Но, как справедливо считает В. М. Монахов, технологизируемые «проекты смоделированных педагогических объектов, таких как проект учебного процесса, проект методической системы обучения, проект образовательной траектории, явно недостаточно учитывают человеческий фактор» [2]. Нечеткость мира человека как обучающего, так и обучающегося, т. е. отсутствие в нем определенных границ, является главным препятст-

вием для создания формализованных обобщений в педагогической теории. С помощью методов классической математики практически трудно, чаще всего невозможно описать те аморфные (т. е. нечеткие) представления, которыми так изобилует педагогика. Кроме того, нам всем необходима методология педагогических объектов, «которая могла бы более тонко и эластично учитывать реальные границы возможностей исполнителя, его компетентности, его методического опыта и т. д.» [2].

Специалистам известно, что НЛ развивает у изучающего и применяющего ее человека логичность и дивергентность мышления, интуицию, способность к творчеству, воображению, умение предвосхищать грядущие события и будущие состояния. Поэтому, на наш взгляд, нечеткие интеллектуальные технологии в образовании для обучаемых по ним студентов сегодня в наибольшей степени соответствуют требованиям их профессиональной компетентности, гуманистической направленности на развитие личности.

Поиску направлений в построении, проектировании методической системы обучения математике посвятили свои исследования М. Б. Волович, В. В. Гузеев, О. Б. Епишева [3], Н. Н. Локтионова, Л. А. Мамыкина, В. М. Монахов, Г. А. Монахова, А. И. Нижников [4], Н. В. Садовников, Т. К. Смыковская, Н. Л. Стефанова, многие другие исследователи. Однако достаточно подробных исследований с использованием НЛ для решения этой задачи имеется очень мало. Поэтому данная тема является актуальной. Целью данной работы являются анализ направлений и поиск путей использования НЛ в проектировании методической системы обучения математике.

В настоящее время усложнение производственных процессов, процессов в природе, обществе, человеческом мышлении, как уже сказано, предъявляет новые требования к качеству профессионального мышления, компетенциям выпускников высшей школы. Бурное развитие информационных технологий и практически повсеместное использование математических методов вынуждают исследователей искать новые более адекватные подходы в решении самого разного рода задач. В последние десятилетия внимание ученых все более привлекает НЛ, как один из видов информационных технологий и связывающее звено между нечеткостью окружающего мира, человека и четким миром компьютера. Умение формализовать нечеткие понятия с помощью нечеткого множества (НМ), моделировать различные сложные процессы в условиях интеллектуализации всех сторон жизни общества все больше становится неотъемлемой частью математического образования. Приложение НЛ к решению задач обучения математике вызывается не только внешними причинами. Даже можно сказать, что уже теперь «начинает осуществляться перенос акцентов с математического образования на образование с помощью математики» [3, с. 20]. Например, В. Б. Тарасов, А. П. Шостак предложили нечеткую модель описания когнитивных процессов на основе нечетких метрик и индуцируемых ими нечетких равномерностей и нечетких топологий. Приложение НЛ в педагогике обусловлено, в первую очередь, сложностью, многокомпонентностью процесса обучения, что отмечалось в свое время еще Я. Коменским, Г. Песталоцци, А. Дистервегом. Сегодня задача обучения математике в учреждениях образования также усложняется наличием острых противоречий:

- между дедуктивной природой математики, изучаемой в учреждениях образования, и необходимостью использования интуиции в процессе ее преподавания (Т. С. Маликов);
- между возрастающим потоком информации, необходимой для будущей профессиональной деятельностью студентов, и необходимостью освоения ими глубоких специальных знаний по математике (А. И. Нижников);
- между преобладающими в средней и высшей школе фронтальными формами обучения, объяснительно-иллюстративным характером преподавания и личностно-деятельностным характером учения и усвоения знаний (О. Б. Епишева);
- между другими компонентами системы математического образования.

Поэтому в педагогической практике учреждений образования сегодня уже просто невозможно без применения новых подходов и педагогических технологий, профессионального проведения педагогического проектирования эффективно строить являющееся также нечетким управление процессом усвоения знаний. Под педагогическим проектированием будем понимать предварительную разработку основных деталей предстоящей деятельности учащихся и педагогов. Это проектирование состоит в построении предположительных вариантов предстоящей их деятельности и прогнозировании ее результатов. Поэтому, на наш взгляд, нечеткий подход в этом важном виде деятельности каждого педагога наиболее предпочтителен.

Важным шагом в развитии теоретических основ, методологии, практики педагогического проектирования методической системы обучения математике явились в свое время диссертационные исследования О. Б. Епишевой, Г. А. Монаховой, А. И. Нижникова, Н. В. Садовникова, Т. К. Смыковской, Н. Л. Стефановой, других исследователей, сыгравших, играющих и теперь значительную роль в развитии теории и практики педагогического проектирования. При этом эти и другие исследователи в качестве теоретико-методологических оснований выбрали системный, деятельностный, информационный и иные подходы. Не отрицая большой научной ценности полученных результатов и отмеченных подходов в исследованиях, все же заметим, что эти подходы базируются на использовании строгой двузначной логики, множество значений функции принадлежности высказываний которой состоит лишь из двух элементов: 0 (ложно) и 1 (истинно). Бедность множества значений этой функции часто приводит к недопустимым искажениям проектируемой педагогической действительности в строимых ее математических моделях. Кроме того, как считает В. М. Монахов, «системное моделирование ... не смогло дать такого результата, который в полной мере удовлетворял бы и заказчика, и образовательную практику» [2]. Методология традиционного системного подхода, по нашему мнению, в настоящее время хороша в чистом виде для моделирования педагогических объектов незначительной сложности и с полной информацией об этих объектах. Но она, по мнению В. М. Монахова, имеет и будет иметь свое значение и используется для конкретизации в процессе построения и применения «нечетких моделей в образовательной сфере» [2].

Многими достоинствами и преимуществами обладает деятельностный подход в проектировании методической системы обучения математике, поскольку процессы учения математике и воспитания педагогическая психология рассматривает как математическую деятельность. В процессе обучения перед педагогами встает задача формирования определенных видов деятельности, прежде всего – познавательной, имеющей нечеткий характер. Педагогическое проектирование по своей природе также является информационным, поэтому информационный подход также имеет большое значение в его проведении. Однако в педагогике далеко не всегда можно найти в силу как объективных, так и субъективных причин достаточно четкие средства для выражения имеющейся информации. Значительная ее часть является нечеткой. Сказанное еще раз подтверждает ту истину, что для полноценного осуществления деятельностного и информационного подходов в педагогическом проектировании целесообразно использовать НЛ.

Проектирование методической системы обучения математике с помощью НЛ относится к педагогическому проектированию инновационных систем, т. е. систем, которые создаются или приобретают в результате преобразований новые существенные черты, качества, прогрессивно изменяющие ее состояния. В настоящее время общество не устраивает качество того продукта, который производит наша школа. Для улучшения этого качества педагоги ищут инновации, новые подходы, которые были бы созвучны духу времени, уровню наших знаний и возможностей. Наши проектируемые новые педагогические технологии должны полнее удовлетворять запросы завтрашнего дня, поэтому НЛ призвана в педагогическом проектировании правильно отражать только неизвестное, особенное и даже оригинальное.

Известно, что в обычных четких множествах принадлежность произвольного элемента x множества X его подмножеству A может быть выражена при помощи функции принадлежности (характеристической функции) $\mu_A(x)$ следующим образом:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A, \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

Множество X при этом называется *универсальным множеством*, оно является областью определения функции $\mu_A(x)$. В нечетких множествах (НМ) переход от полной непринадлежности элемента x подмножеству A к его полной принадлежности происходит не скачком, как в обычных множествах, а постепенно. То есть, может существовать бесконечное множество значений функции $\mu_A(x)$, промежуточных между 0 и 1. *Нечеткое множество* $A = \{(x, \mu_A(x))\}$ определяется математически как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x универсального множества X и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$ или (поскольку функция принадлежности является исчерпывающей характеристикой НМ) непосредственно в виде функции $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$. Множество M значений функции $\mu_A(x)$ НМ является подмножеством из отрезка $[0, 1]$. Двухэлементное множество $M_1 = \{0, 1\}$ значений функции

(1) принадлежности обычного четкого множества, как можно увидеть, также является подмножеством множества $[0, 1]$. Поэтому обычные четкие множества – частный случай НМ, а обычная строгая логика – предельный, частный случай НЛ.

Поскольку обычная строгая логика является частным случаем НЛ, то можно считать нечеткие интеллектуальные педагогические технологии охватывающими по отношению к имеющимся традиционным педагогическим технологиям, основанным на строгой логике.

К числу специфических задач теории обучения относится формирование технологического инструментария, который должен быть ориентированным на выполнение функций дидактики, на создание оптимальных условий для организации учебного процесса и возможности их коррекции. Таким инструментарием для педагогики может и должна стать НЛ, позволяющая в наибольшей степени адекватно описывать (моделировать) педагогические процессы (явления) и их анализировать.

Известно, что знания, используемые преподавателями в работе с учащимися, чаще всего представлены содержательно. Они, как правило, несовершенны, неточны, противоречивы. Тем не менее, в процессе своей работы педагоги получают выводы весьма высокого уровня, так как имеют нечеткие знания, называемые здравым смыслом, а также нечеткие умственные способности обработки этих знаний. Человек является познающим, думающим существом, которое имеет способность анализа информации и принятия целесообразных решений в любых сложных проблемах. Это происходит потому, что, как известно, логика рассуждений человека имеет в своей основе не классическую и даже не многозначную логику. Она основывается на той НЛ, у которой являются нечеткими значения истинности, связки и правила вывода. Но при увеличении масштабов решаемых задач, сложности педагогических процессов в нашей школе одного здравого смысла для принятия оптимальных решений педагогам уже явно не хватает. Этот смысл должен быть дополнен соответствующими формальными схемами.

Для формализации нечетких педагогических понятий и процессов вводят понятие НМ и нечеткого отношения, лингвистической переменной (ЛП). ЛП характеризуется как переменная, принимающая значения из множества слов, словосочетаний естественного или искусственного языка, т. е. терм-множества. В практике нашей средней и высшей школы мы принимаем решения на основе различного рода лингвистической информации: «высокая познавательная активность», «дружный класс», «интеллектуально развитый студент» и т. п. Учеными установлено, что мозг человека почти всю числовую информацию вербально перекодирует и хранит в виде лингвистических термов. ЛП играет решающую роль в нечетком логическом выводе, имеющем значение для профессионального развития педагогов, и в принятии ими решений на основе приближенных рассуждений. Область использования систем нечеткого вывода в педагогике охватывает сегодня широкие спектры задач и постоянно расширяется. Учитывая нарастающие сложность подлежащих решению задач и возможности развивающегося мышления педагогов, мы предлагаем такую последовательность использования НЛ в обучении их решения: правило строгого логического вывода, композиционное правило вывода, приближенные рассуждения на основе НЛ в принятии решений, использование специальных пакетов программ, например, специального пакета расширения Fuzzy Logic Toolbox, для получения наиболее значимых нечетких логических выводов о сложных педагогических системах.

Проведение операции нечеткого логического вывода основывается на базе правил, которая содержит нечеткие высказывания в форме «Если – то» и функции принадлежности для соответствующих лингвистических термов. Механизм нечеткого логического вывода включает в общем случае четыре этапа: введение нечеткости (фазификация), нечеткий вывод, композиция, приведение к четкости (дефазификация). Ядром систем нечеткого вывода является база данных (знаний) в исследуемой области. Так как нечеткие отношения и графы широко применяются в качестве моделей представления знаний, то открывается возможность построения нечетких гомоморфных образов этих моделей и получения нечеткого вывода в них по этим образам. Этот вывод, по сути, является формальной моделью логического вывода на основе нечеткой аналогии линейного или нелинейного типов. Использование нечеткой аналогии часто позволяет получить быстрый, хотя и достаточно приближенный вывод о поведении системы и для принятия решений. Если такой подход не удовлетворяет требуемым условиям, то используют эффективное его уточнение при помощи логического вывода в исходной базе данных с возможным многократным повторением этой процедуры для уточнения модели. Системы нечеткого логического существенно расширяют возможности педагогов и развивают их профессиональное мышление.

Не вызывает сомнения тот факт, что «наиболее важной стороной в обучении математике является строго логическое изложение предмета, его теорий, теорем и их доказательств и развитие логического мышления» [5, с. 9] обучаемых. Но хорошо известно, что одно лишь формально-логическое, хотя и безупречно строгое изложение математики является недостаточным для ее усвоения. Мышление учащегося, при помощи которого он воспринимает и усваивает математические понятия, теории, доказательства, не сводится лишь к одним строго логическим процедурам. Решающим в обучении является чаще всего влияние познавательных, педагогических, психологических факторов, имеющих нечеткий характер. По мнению М. В. Потоцкого, без учета указанных факторов «логика не учит, т. е. не проникает в сознание учащихся» [5, с. 11]. Имеет место своего рода «двойственность» процесса обучения математике: 1) мы обучаем чаще всего строгой четкой математике, 2) человека с его нечеткостью. Следовательно, мы не можем игнорировать в процессе преподавания те или иные характерные индивидуальные особенности, уровень знаний и представлений контингента обучаемых.

Характерной чертой работы лучших педагогов средней и высшей школы является новое педагогическое мышление, лежащее в основе использования теории нечетких множеств (ТНМ) в педагогике, представляющее собой результат противоречия, несоответствия устаревших привычных представлений новым обстоятельствам и требованиям жизни. Это мышление является тем прорывом творческой новаторской мысли, процессом освобождения от груза педагогических догм и шаблонов, которые ныне явно сковывают педагогическую деятельность, сдерживают прогресс в развитии педагогики.

Известно, что вначале основной прагматической целью появления ТНМ Л. Заде было создание аппарата, который мог бы в противоположность возможностям классической математики моделировать человеческие рассуждения и приемы принятия решений человеком. ТНМ теперь также помогает педагогам в решении двух задач: получении нечетких логических выводов об объектах их профессиональной деятельности, процессах управления усвоением знаний обучаемых и тренировки их профессионального мышления. Появление новых мыслей у человека-педагога является результатом многоуровневого взаимодействия параллельных информационных процессов в его интеллектуальной, эмоциональной и биологической сферах. НЛ, являясь математическим средством описания указанных процессов, может их активизировать, дать импульс в их развитии.

В заключение отметим, что нечеткие педагогические технологии обучения математике относятся к числу перспективных, т. е. они являются комплексом мер, которые будут применяться для решения прогнозируемых, могущих возникнуть в будущем задач. Тот несомненно проигрывает, кто не смотрит в будущее и не готовится к нему заранее.

Список использованной литературы

1. **Штейнберг, В. Э.** Теоретико-методологические основы дидактических многомерных инструментов для технологий обучения : дис. ... д-ра пед. наук / В. Э. Штейнберг ; БашГУ. – Уфа, 2000. – 347 с.
2. **Монахов, В. М.** О возможностях методологии нечеткого моделирования как нового инструментария информатизации педагогических объектов / В. М. Монахов // Современные информационные технологии и ИТ-образование : материалы III междунар. научно-практ. конф., Москва, 6–9 дек. 2008 г. / МГУ им. М. В. Ломоносова. – М., 2008 г.
3. **Епишева, О. Б.** Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике : автореферат дис. ... д-ра пед. наук / О. Б. Епишева ; МГОПУ. – М., 1999. – 55 с.
4. **Нижников, А. И.** Теория и практика проектирования методической системы подготовки современного учителя математики : дис. ... д-ра пед. наук в виде научного доклада / А. И. Нижников; МПУ. – М., 2000. – 45 с.
5. **Потоцкий, М. В.** Преподавание высшей математики в педагогическом институте: из опыта работы / М. В. Потоцкий. – М. : Просвещение, 1975. – 208 с.